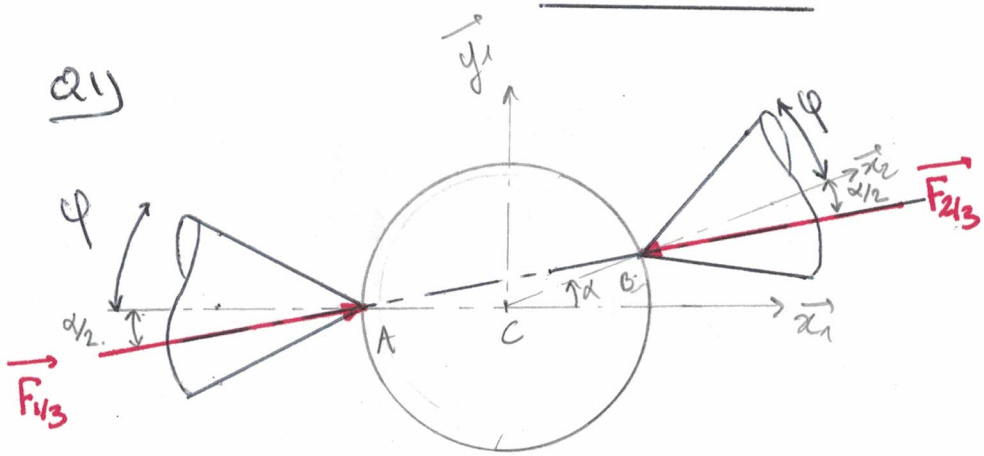
Roue libre

Q1)



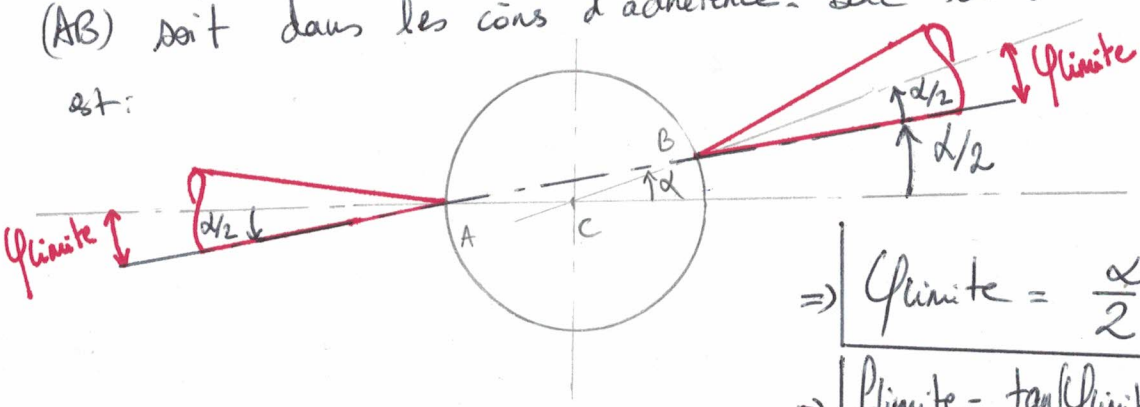
Exemple de situation où l'adhérence est possible.

Q2) On isole 3, soumis à deux forces: $\vec{F_{1/3}}$ en A et $\vec{F_{2/3}}$ en B,

donc:
- $\vec{F_{1/3}} = -\vec{F_{2/3}}$
- $\vec{F_{1/3}}$ et $\vec{F_{2/3}}$ dirigées selon (AB).

Raisonnement graphique:

Pour que l'équilibre soit possible, il faut que la direction (AB) soit dans les cônes d'adhérence. Donc la situation limite est:



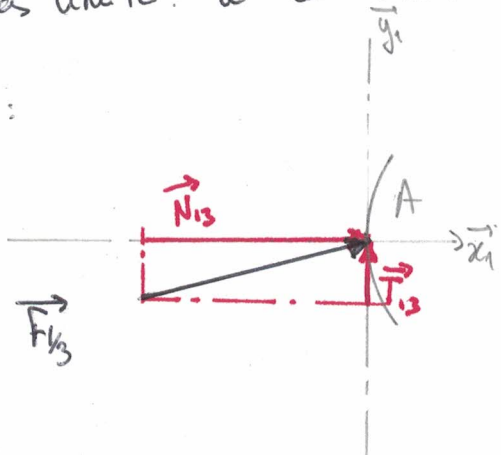
$$\Rightarrow \boxed{\varphi_{limite} = \frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{f_{limite} = \tan(\varphi_{limite}) = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

Raisonnement analytique

On cherche à assurer l'équilibre, donc on se place dans le cas limite: à la limite du glissement.

En A:

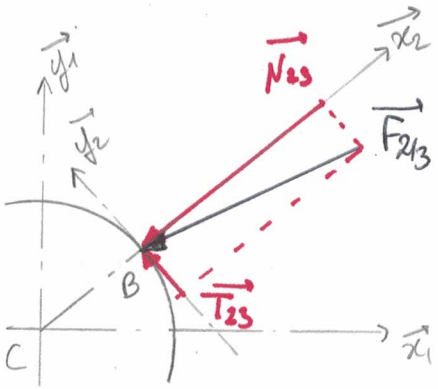


On décompose $\vec{F_{1/3}}$ en composante normale et tangentielle:

$\vec{F_{1/3}} = N_{13}\vec{x_1} + T_{13}\vec{y_1}$ avec $\underline{T_{13} = f \cdot N_{13}}$

Soit $\boxed{\{\mathcal{T}_{1/3}\} = \begin{Bmatrix} N_{13} & 0 \\ T_{13} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R_1}}$

en B :



$$\vec{F}_{2/3} = -N_{23}\vec{x}_2 + T_{23}\vec{y}_2 \quad \text{avec } T_{23} = fN_{23}$$

$$\{\mathcal{T}_{2/3}\} = \begin{Bmatrix} -N_{23} & 0 \\ T_{23} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_2}$$
$$B$$

Théorème de la résultante en projection sur $\vec{x_1}, \vec{y_1}$:

$$\text{sur } \vec{x_1} : \quad N_{13} - N_{23}\cos\alpha - T_{23}\sin\alpha = 0$$
$$\text{sur } \vec{y_1} : \quad T_{13} + T_{23}\cos\alpha - N_{23}\sin\alpha = 0$$

difficilement exploitable $\Rightarrow$ N et T mélangés.

Théorème du moment statique en A

Calcul de $\vec{\Pi}_{A,2/3} = \vec{M}_{B,2/3} + \vec{AB} \wedge \vec{F}_{2/3}$ avec $\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB} = r\vec{x_1} + r_2\vec{x_2}$

($\vec{M}_{B,2/3} = \vec{0}$)

on écrit $\vec{AB}$ dans la base 2 : $\vec{AB} = r(\cos\alpha\,\vec{x_1} - \sin\alpha\,\vec{y_2}) + r\vec{x_2}$

soit $$\vec{\Pi}_{A,2/3} = \begin{vmatrix} r(1+\cos\alpha) \\ -r\sin\alpha \\ 0 \end{vmatrix}_{R_2} \wedge \begin{vmatrix} -N_{23} \\ T_{23} \\ 0 \end{vmatrix}_{R_2} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ r(1+\cos\alpha)T_{23} - r\sin\alpha N_{23} \end{vmatrix}_{R_2}$$

d'où, le TMS en projection sur $\vec{z}$: $\boxed{r(1+\cos\alpha)T_{23} - r\sin\alpha N_{23} = 0}$

D'où $T_{23} = \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} N_{23} \Leftrightarrow \boxed{f = \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}}$

Remarque : $\tan\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$ $\Rightarrow$ on retrouve bien le même résultat (à montrer en trigo)

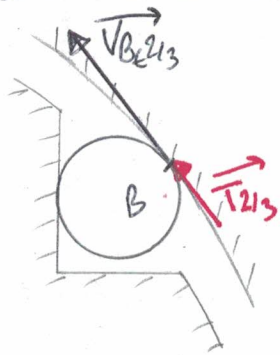
Q4) Influence du sens de rotation.

On cherche à vérifier la loi de coulomb.

par ex en B : $\overrightarrow{T_{2/3}}$ s'oppose à $\overrightarrow{V_{B\in 3/2}}$

ou $\overrightarrow{T_{2/3}}$ accompagne $\overrightarrow{V_{B\in 4/3}}$ $(= -\overrightarrow{V_{B\in 3/2}})$

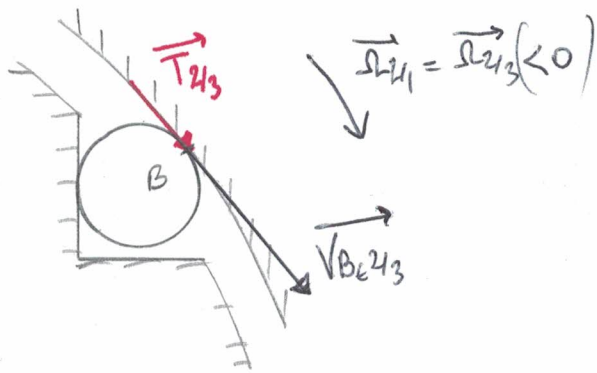
On étudie la tendance au glissement en B ⇒ on suppose qu'il y a adhérence en A ⇒ {1} et {3} sont solidaires : $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \overrightarrow{\Omega_{2/3}}$.



$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \overrightarrow{\Omega_{2/3}} (>0)$

On trouve $\overrightarrow{T_{2/3}}$ selon $+\overrightarrow{y_2}$, ce qui est cohérent avec Q2-3 ⇒ l'équilibre est possible si $f \geq \tan \alpha/2$

Il y a transmission du couple



$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \overrightarrow{\Omega_{2/3}} (<0)$

On trouve $\overrightarrow{T_{2/3}}$ selon $-\overrightarrow{y_2}$

⇒ l'équilibre est impossible.

Il y a glissement entre 2/3, donc pas de transmission de couple.

Q5) Relation entre H, R, r et α ⇒ fermeture de chaine.

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{0}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{OA} = H\overrightarrow{x_1} + y\overrightarrow{y_1} \\ \overrightarrow{AC} = r\overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{CB} = r\overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{BO} = -R\overrightarrow{x_2} \end{cases}$$

⇒ en projection sur $\overrightarrow{x_1}$: $H + r + r\cos\alpha - R\cos\alpha = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \frac{H+r}{R-r}}$$

AN : $H = 26$ mm, $R = 39$ mm, $r = 6$ mm

⇒ $\alpha = 14°$ et le coefficient de frottement minimum vaut $f = \tan\frac{\alpha}{2} \simeq 0{,}12$

ce qui est compatible avec des contacts acier/acier non lubrifiés.

Q6] Le couple moteur est transmis par 4 rouleaux, on suppose que chaque rouleau "supporte" donc $\frac{1}{4}$ du couple.

On isole 1, soumis donc à :

- Un quart du couple moteur : $\{\tau_{m/1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_m}{4} \end{Bmatrix}_{R_1}$

- l'action d'un seul rouleau : $[\tau_{3/1}] = -\{\tau_{1/3}\} = \begin{Bmatrix} -N_{13} & 0 \\ -T_{13} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R_1}$ (Q2)

On se place à la limite du glissement avec $f = 0{,}12$.

* $\overrightarrow{M_{O,3/1}} = \overrightarrow{M_{A,3/1}}^{\,\vec{0}} + \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{F_{3/1}} = \begin{vmatrix} H \\ y \\ 0 \end{vmatrix}_{R_1} \wedge \begin{vmatrix} -N_{13} \\ -T_{13} \\ 0 \end{vmatrix}_{R_1} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -HT_{13} + yN_{13} \end{vmatrix}_{R}$

TMS en O selon $\vec{y}$: $-HT_{13} + yN_{13} - \frac{C_m}{4} = 0$ avec $T_{13} = f.N_{13}$

$H = 26\,mm$
$y = 7\,mm$

donc

$$N_{13} = \frac{C_m}{4(-fH+y)} \simeq 2630\,N$$

$$T_{13} = fN_{13} = 316\,N$$

$$\|\overrightarrow{F}\| = \sqrt{N_{13}^2 + T_{13}^2} = 2650\,N$$