TD 1 Suspension

Q1) On isole (3) :

* Bilan d'actions mécaniques extérieurs :

$$\{\mathcal{T}_{1/3}\} = \begin{Bmatrix} X_{13} & \emptyset \\ Y_{13} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_B \; ; \; \{\mathcal{T}_{4/3}\} = \begin{Bmatrix} X_{43} & \emptyset \\ Y_{43} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_C$$

* Théorème de la résultante statique :

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{x} : & X_{13} + X_{43} = 0 \Rightarrow \underline{X_{13} = -X_{43}} \\ \text{sur } \vec{y} : & Y_{13} + Y_{43} = 0 \Rightarrow \underline{Y_{13} = -Y_{43}} \end{cases}$$

* On déplace $\mathcal{T}_{4/3}$ en B :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_{B,4/3}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{\mathcal{M}_{C,4/3}}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{F_{4/3}} = \begin{vmatrix} b \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} X_{43} \\ Y_{43} \\ 0 \end{vmatrix} = b . Y_{43} . \vec{z}$$

* Théorème du moment statique en B selon $\vec{z}$:

$$b . Y_{43} = 0 \Rightarrow \boxed{Y_{43} = 0}$$

* Bilan :

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{4/3}\} = \begin{Bmatrix} X_{43} & \emptyset \\ 0 & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_B \; ; \; \{\mathcal{T}_{1/3}\} = \begin{Bmatrix} -X_{43} & \emptyset \\ 0 & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_C}$$

A retenir : (3) est un solide soumis à deux forces appliquées en B et C, ces forces sont donc :
- opposées $\Rightarrow X_{43} = -X_{13}$
- et dirigés selon $(\overrightarrow{BC}) \Rightarrow Y_{43} = Y_{13} = 0$

Q2) On isole $\{4+6\}$:

* Bilan d'actions mécaniques extérieurs :

$$\{\mathcal{T}_{3/4}\} = -\{\mathcal{T}_{4/3}\} = \begin{Bmatrix} -X_{43} & \emptyset \\ 0 & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_B \; ; \; \{\mathcal{T}_{0/6}\} = \begin{Bmatrix} 0 & \emptyset \\ F_{06} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_L$$

$$\{\mathcal{T}_{2/4}\} = \begin{Bmatrix} X_{24} & \emptyset \\ Y_{24} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_D$$

* Théorème de la résultante statique :

$$\text{sur } \vec{x} : \begin{cases} X_{24} - X_{43} = 0 & \Rightarrow \underline{X_{24} = X_{43}} \\ Y_{24} + F_{06} = 0 & \Rightarrow \underline{Y_{24} = -F_{06}} \end{cases} \text{ sur } \vec{y}$$

* On calcule les moments en D :

$$\overrightarrow{M_{D,0/6}} = \underbrace{\overrightarrow{M_{L,0/6}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{DL} \wedge \overrightarrow{F_{0/6}} = \begin{vmatrix} c+e \\ -(a+\mu) \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ F_{06} \\ 0 \end{vmatrix} = (c+e)\, F_{06} \cdot \vec{z}$$

$$\overrightarrow{M_{D,3/4}} = \underbrace{\overrightarrow{M_{C,3/4}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{DC} \wedge \overrightarrow{F_{3/4}} = \begin{vmatrix} c \\ -a \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} -X_{43} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = -a X_{43} \cdot \vec{z}$$

* Théorème du moment statique en D selon $\vec{z}$:

$$(c+e) F_{06} - a X_{43} = 0 \Rightarrow \boxed{X_{43} = \frac{c+e}{a} \cdot F_{06}}$$

* Bilan :

$$\boxed{\{\tau_{3/4}\} = \left\{\begin{matrix} -X_{43} & \emptyset \\ 0 & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_B \text{ avec } \underline{X_{43} = \frac{c+e}{a} F_{06}} \qquad \{\tau_{2/4}\} = \left\{\begin{matrix} X_{43} & \emptyset \\ -F_{06} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_D}$$

Q3) Le solide 9 est soumis à 2 forces appliquées en I et J, ces forces sont donc dirigées par $\overrightarrow{IJ}$ (selon $\vec{y}$) d'où $X_{92} = 0$.

Q4) On isole ② :

* Bilan d'actions mécaniques extérieurs :

$$\{\tau_{4/2}\} = -\{\tau_{2/4}\} = \left\{\begin{matrix} -X_{43} & \emptyset \\ F_{06} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_D \text{ avec } X_{43} = \frac{c+e}{a} F_{06}$$

$$\{\tau_{9/2}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & \emptyset \\ Y_{92} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_H ; \quad \{\tau_{1/2}\} = \left\{\begin{matrix} X_{12} & \emptyset \\ Y_{12} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_A$$

* Théorème de la résultante statique :

sur $\vec{x}$: sur $\vec{y}$:
$$\begin{cases} -X_{43} + X_{12} = 0 \Rightarrow \boxed{X_{12} = X_{43} = \dfrac{c+e}{a} F_{06}} \\ F_{06} + Y_{92} + Y_{12} = 0 \Rightarrow \boxed{Y_{12} = -F_{06} - Y_{92}} \end{cases}$$

* On calcule les moments en A :

$$\overrightarrow{M_{A,9/2}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{M_{H,9/2}}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{AH} \wedge \overrightarrow{F_{9/2}} = \begin{vmatrix} L \\ h \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{92} \\ 0 \end{vmatrix} = L . Y_{92} . \vec{z}$$

$$\overrightarrow{M_{A,4/2}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{M_{D,4/2}}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{F_{4/2}} = \begin{vmatrix} d \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} -X_{43} \\ F_{06} \\ 0 \end{vmatrix} = d . F_{06} . \vec{z}$$

* Théorème du moment statique en A selon $\vec{z}$:

$$L . Y_{92} + d F_{06} = 0 \Rightarrow \boxed{Y_{92} = -\frac{d}{L} . F_{06}}$$

Q5) On déduit des équations précédents :

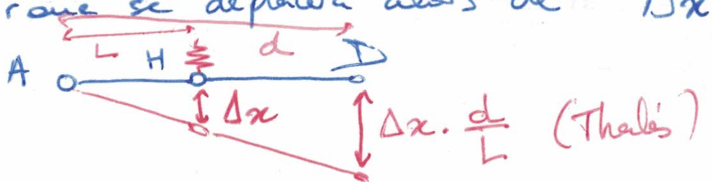
$$\boxed{\begin{aligned} & X_{43} = -X_{13} = X_{24} = \frac{c+e}{a} F_{06} \\ & Y_{24} = -F_{06} \\ & Y_{92} = -\frac{d}{L} . F_{06} \\ & Y_{12} = -F_{06} - Y_{92} = \left(\frac{d}{L} - 1\right) F_{06} \end{aligned}}$$

Q6) L'effort développé par le ressort vaut $|Y_{92}| = \frac{25}{15} \times 7000$
$= \underline{11,7 \text{ kN}}$

Le ressort va donc se comprimer de :

$$\boxed{\Delta x = \frac{|Y_{92}|}{K} = \frac{11700}{100\,000} \simeq 0,117 \text{ m} \simeq \underline{11,7 \text{ cm} < 12 \text{ cm}}}$$

La roue se déplacera alors de $\Delta x . \frac{d}{L} = 11,7 \times \frac{25}{15} = 19,5 > 12$ cm



Le CdC n'est pas respecté