Abri de RER

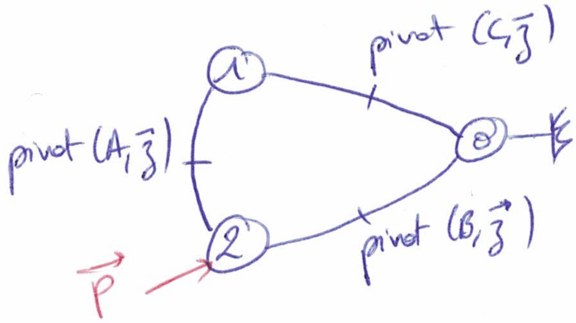
Q1) Bilan d'actions mécaniques sur {1+2} :

Bilan d'actions Mécaniques Extérieures (BAME)
- action 0/1 : extérieure de contact
- action 0/2 : extérieure de contact
- action pesanteur/2 : extérieure à distance

- action 1/2 : intérieure de contact
- action 2/1 : intérieure de contact

↳ ces actions se compensent ($\{\mathcal{T}_{2/1}\} = -\{\mathcal{T}_{1/2}\}$), on n'en tient donc pas compte dans un BAME.

Q2)



Q3) On isole ① :

- BAME :

$$\{\mathcal{T}_{0/1}\} = \begin{Bmatrix} X_{01} & \emptyset \\ Y_{01} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_C$$

$$\{\mathcal{T}_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} X_{21} & \emptyset \\ Y_{21} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_A$$

- Théorème de la résultante statique (TRS)

$$\begin{array}{l} \text{sur } \vec{x} : \\ \text{sur } \vec{y} : \end{array} \begin{cases} X_{01} + X_{21} = 0 \\ Y_{01} + Y_{21} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{21} = -X_{01} \\ Y_{21} = -Y_{01} \end{cases}$$

- On écrit les moments en C :

$$\vec{M}_{C,2/1} = \underbrace{\vec{M}_{A,2/1}}_{\vec{0}} + \vec{CA} \wedge \vec{F}_{2/1} \quad \text{avec } \vec{CA} = \begin{vmatrix} -c.\cos\beta \\ -c\sin\beta \\ 0 \end{vmatrix}, \; c = \|\vec{AC}\|$$

$$= \begin{vmatrix} -c.\cos\beta \\ -c\sin\beta \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} X_{21} \\ Y_{21} \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -c.\cos\beta\, Y_{21} + c.\sin\beta\, X_{21} \end{vmatrix}$$

(2)

- On applique le théorème du moment statique (TMS) en C,

sur $\vec{z}$: $-c.\cos\beta \, Y_{21} + c \sin\beta \, X_{21} = 0$

d'où $\boxed{Y_{21} = \tan\beta . X_{21}}$

- Bilan : $\left\{\tau_{2,1}\right\} = \left\{\begin{matrix} X_{21} & \emptyset \\ \tan\beta X_{21} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_A$; $\left\{\tau_{0,1}\right\} = \left\{\begin{matrix} -X_{21} & \emptyset \\ -\tan\beta X_{21} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_C$

On isole (2) :

- BAME : * $\left\{\tau_{1/2}\right\} = -\left\{\tau_{2,1}\right\} = \left\{\begin{matrix} -X_{21} & \emptyset \\ -\tan\beta X_{21} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_A$

* $\left\{\tau_{pes/2}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & \emptyset \\ -mg & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_G$; $\left\{\tau_{0/2}\right\} = \left\{\begin{matrix} X_{02} & \emptyset \\ Y_{02} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_B$

Rmq : Il y a 3 inconnues, on pourra donc résoudre.

- On écrit le TRS $\boxed{\begin{matrix} \text{sur } \vec{x} : \\ \text{sur } \vec{y} : \end{matrix} \left\{\begin{matrix} -X_{21} + X_{02} = 0 & (1) \\ -mg - \tan\beta X_{21} + Y_{02} = 0 & \end{matrix}\right.}$

- On écrit les moments en B pour ne pas faire intervenir X_{02} et Y_{02} :

$$\overrightarrow{M_{B,1/2}} = \underbrace{\overrightarrow{M_{A,1/2}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{F_{1/2}} = \begin{vmatrix} -a.\cos\alpha \\ a.\sin\alpha \\ \emptyset \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} -X_{21} \\ -\tan\beta X_{21} \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ (a\cos\alpha\tan\beta + a\sin\alpha)X_{21} \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_{B,pes/2}} = \underbrace{\overrightarrow{M_{G,pes/2}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{BG} \wedge \overrightarrow{F_{pes/2}} = \begin{vmatrix} -\frac{\ell}{2}\cos\alpha \\ \frac{\ell}{2}\sin\alpha \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\ell}{2} mg\cos\alpha . \end{vmatrix}$$

- On en déduit le TMS en B sur $\vec{z}$:

$$\boxed{(a\cos\alpha\tan\beta + a\sin\alpha)X_{21} + \frac{\ell}{2} mg\cos\alpha = 0 \quad (3)}$$

Q4) On déduit des trois équations précédentes les inconnues :

(3) $\Leftrightarrow$ $$\boxed{X_{21} = \frac{-\frac{\ell}{2} mg \cos\alpha}{a\cos\alpha \tan\beta + a\sin\alpha}}$$

(1) $\Leftrightarrow$ $\boxed{X_{02} = X_{21}}$

(2) $\Leftrightarrow$ $\boxed{Y_{02} = mg + \tan\beta \, X_{21}}$

Bilan : en A, il s'exerce l'action 2/1 :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{2/1}} = \begin{vmatrix} X_{21} \\ Y_{21} = \tan\beta \, X_{21} \\ 0 \end{vmatrix}} = \begin{vmatrix} \dfrac{-\frac{\ell}{2} mg \cos\alpha}{a\cos\alpha \tan\beta + a\sin\alpha} \\ \dfrac{-\frac{\ell}{2} mg \cos\alpha \tan\beta}{a\cos\alpha \tan\beta + a\sin\alpha} \\ 0 \end{vmatrix}$$

en B, il s'exerce l'action de 0/2 :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{0/2}} = \begin{vmatrix} X_{02} = X_{21} \\ Y_{02} = mg + \tan\beta \, X_{21} \\ 0 \end{vmatrix}}$$

Q5) Application numériques

$X_{21} = -15,1$ kN

$Y_{21} = -5,5$ kN

$Y_{02} = 4,3$ kN

Soit $\boxed{\overrightarrow{F_{2/1}} = \begin{vmatrix} -15,1 \text{ kN} \\ -5,5 \text{ kN} \\ 0 \end{vmatrix}}$, de norme $\boxed{\|\overrightarrow{F_{2/1}}\| = \sqrt{X_{21}^2 + Y_{21}^2 + Z_{21}^2} = 16,1 \text{ kN}}$

et d'inclinaison $\boxed{\theta_{21} = \arctan\left(\frac{Y_{21}}{X_{21}}\right) = 20°}$

$\Rightarrow$ dirigée selon (AC) !

et $\overrightarrow{F_{0/2}} = \begin{vmatrix} -15,1 \text{ kN} \\ 4,3 \text{ kN} \\ 0 \end{vmatrix}$, de norme $\boxed{\|\overrightarrow{F_{0/2}}\| = 15,7 \text{ kN}}$

et d'inclinaison $\boxed{\theta_{02} = \arctan\left(\frac{Y_{02}}{X_{02}}\right) = -15,9°}$

|| donc cette force n'est surtout pas dirigée selon (AB) !