Vélo Cargo : freinage

Q17) * $\overrightarrow{Rd_{2/0}} = m_2 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{G_2\in 2/0}}$ avec $\overrightarrow{\Gamma_{G_2\in 2/0}} = \gamma_{G_2} \cdot \vec{x}$

donc $\boxed{\overrightarrow{Rd_{2/0}} = m_2 \cdot \gamma_{G_2} \cdot \vec{x}}$

* $\overrightarrow{Rd_{1/0}} = m_1 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{B\in 1/0}}$

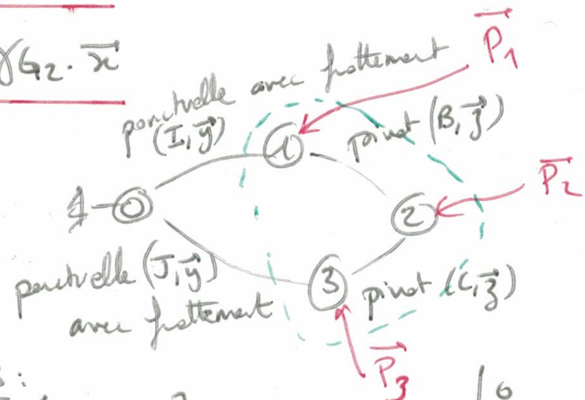
or $\underbrace{\overrightarrow{V_{B\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{B\in 2/0}}}_{1/2 \,:\, \text{pivot } (B,\vec{z})} = \overrightarrow{V_{G_2\in 2/0}}$ donc $\overrightarrow{\Gamma_{B\in 1/0}} = \overrightarrow{\Gamma_{G_2\in 2/0}}$

$2/0$: translation sur $\vec{x}$

d'où $\boxed{\overrightarrow{Rd_{1/0}} = m_1 \cdot \gamma_{G_2} \cdot \vec{x}}$

* De même, $\boxed{\overrightarrow{Rd_{3/0}} = m_3 \cdot \gamma_{G_2} \cdot \vec{x}}$

Q18) On isole $\{1+2+3\} = \Sigma$.



Bilan d'actions mécaniques extérieurs :

$$\{\mathcal{T}_{pes\to 1}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -m_1 g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{B,\,B_0} \; ; \; \{\mathcal{T}_{pes\to 2}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -m_2 g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{G_2,\,B_0} \; ; \; \{\mathcal{T}_{pes\to 3}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -m_3 g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{C,\,B_0}$$

$$\{\mathcal{T}_{0\to 1}\} = \left\{\begin{matrix} -X_{01} & 0 \\ Y_{01} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{I,\,B_0} \; ; \; \{\mathcal{T}_{0\to 3}\} = \left\{\begin{matrix} -X_{03} & 0 \\ Y_{03} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{J,\,B_0}$$

Théorème de la résultante dynamique : $\overrightarrow{Rd_{\Sigma/0}} = \sum \overrightarrow{F_{ext/\Sigma}}$

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{x} : & (m_1 + m_2 + m_3)\,\gamma_{G_2} = -X_{01} - X_{03} \\ \text{sur } \vec{y} : & 0 = -(m_1 + m_2 + m_3)\,g + Y_{01} + Y_{03} \end{cases}$$

d'où :

$$\boxed{\begin{aligned} X_{01} + X_{03} &= -(m_1 + m_2 + m_3)\,\gamma_{G_2} \quad (1) \\ Y_{01} + Y_{03} &= (m_1 + m_2 + m_3)\,g \quad (2) \end{aligned}}$$

Q19) On remplace $X_{01}+X_{03}$ par $k_f(Y_{01}+Y_{03})$ dans (1) :

$$k_f\,(Y_{01}+Y_{03}) = -(m_1+m_2+m_3)\,\gamma_{G_2}$$
$$(Y_{01}+Y_{03}) = (m_1+m_2+m_3)\,g$$

on divise les équations : $\boxed{k_f = -\dfrac{\gamma_{G_2}}{g}}$

Q20) La condition de non glissement est $X_{01} < f' Y_{01}$

or $X_{01} = k_f \cdot Y_{01}$

donc $\underline{k_f < f'}$

or $k_f = -\dfrac{\gamma_{G_2}}{g} < f'$ donc $-\gamma_{G_2} < f'g \Leftrightarrow \boxed{\gamma_{G_2} > -f'g}$

Exigence 210 : "La décélération doit pouvoir atteindre $4{,}5\,m.s^{-2}$"

donc $\underline{|\gamma_{G_2}^{max}| = 4{,}5\,m.s^{-2}}$

or quand f' est minimum $(f'=0{,}3)$, $\underline{|\gamma_{G_2}^{max}|} = f'g = 0{,}3 \times 9{,}81 \simeq \underline{2{,}9\,m.s^{-2}}$

On ne peut donc pas satisfaire l'exigence 210 avec des pneus usés sur route mouillée.

Q21) Lois horaires :
$$\begin{cases} a(t) = \gamma_{G_2} = C^{te}. \\ v(t) = \gamma_{G_2}\cdot t + v_0 \\ x(t) = \gamma_{G_2}\cdot \dfrac{t^2}{2} + v_0 t + x_0 \end{cases}$$

en $t=t_f$: $v(t_f) = 0$

$\Leftrightarrow \gamma_{G_2} t_f + v_0 = 0$

$\Leftrightarrow \underline{t_f = \dfrac{-v_0}{\gamma_{G_2}}}$

et $x(t_f) - x_0 = d_f = \gamma_{G_2}\dfrac{t_f^2}{2} + v_0 \cdot t_f = \dfrac{\cancel{\gamma_{G_2}}}{2}\cdot\dfrac{v_0^2}{\gamma_{G_2}^{\cancel{2}}} - v_0\cdot\dfrac{v_0}{\gamma_{G_2}} = -\dfrac{v_0^2}{2\cdot\gamma_{G_2}}$

donc $\boxed{d_f = -\dfrac{v_0^2}{2\gamma_{G_2}}}$

Q22) Dans le pire des cas $\gamma_{G_2} = -2{,}95 \ m.s^{-2}$.

donc $\boxed{d_f = -\dfrac{(25/3{,}6)^2}{2\times(-2{,}95)}} = \underline{8{,}17 \, m}$

On ne respecte donc pas le cahier des charges sur route mouillée.

Remarque

Application du théorème du moment dynamique à $\{1+2+3\}$ pour revenir sur le terme "transfert de masse"...

Hypothèse : on néglige les masses et inerties des roues $\Rightarrow \overrightarrow{\delta_{G_2 \in 1/0}} = \overrightarrow{\delta_{G_2 \in 3/0}} = \vec{0}$ et $m_1 = m_3 = 0$

d'où le moment dynamique de l'ensemble en G_2 :

$\overrightarrow{\delta_{G_2 \in E/0}} = \overrightarrow{\delta_{G_2 \in 2/0}} = \vec{0}$ car $2/0$ est une translation

On déplace $\{\tau_{01}\}$ et $\{\tau_{03}\}$ en G_2 :

$\overrightarrow{M_{G_2, 0\to1}} = (-X_{01} y_2 - Y_{01} x_2)\vec{z}$ et $\overrightarrow{M_{G_2 \in 0\to3}} = (-X_{03} y_2 + Y_{03}(L-x_2))$

d'où : TMD en G_2 sur $\vec{z}$: $(-X_{01} y_2 - Y_{01} x_2) + (-X_{03} y_2 + Y_{03}(L-x_2)) = 0$

$\iff y_2(-X_{01} - X_{03}) - x_2 Y_{01} + (L-x_2) Y_{03} = 0$

et selon le TRD sur $\vec{x}$ (Q18 avec $m_1 = m_3 = 0$) : $-X_{01} - X_{03} = m_2 \gamma_{G_2}$

d'où $Y_{03} = \underbrace{\dfrac{x_2}{L-x_2} Y_{01}}_{\text{relation due à la position du centre de gravité}} - \underbrace{\dfrac{m_2 \, \gamma_{G_2}^{\,<0}}{L-x_2}}_{\text{charge supplémentaire due à la décélération}}$

La charge sur la roue avant se trouve augmentée par la décélération sans que les masses aient bougé ! Il est donc plus juste de parler de transfert de charge que de transfert de "masse".

Q23) 2/0 est une translation donc $\boxed{\overrightarrow{\delta_{G_2,2/0}} = \vec{0}}$

Q24) 1) On ne donne que le moment d'inertie de 1 par rapport à $(B, \vec{z})$: I_{B1}. Il se situe en bas à droite de la matrice d'inertie : $[I(B,1)] = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & I_{B1} \end{bmatrix}_{B_1}$. On ne connait pas les autres termes.

B est le centre de gravité de 1, donc $\overrightarrow{\delta_{B\in 1/0}} = [I_{(B,1)}] \cdot \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$

or $\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \overrightarrow{\Omega_{1/2}} + \cancel{\overrightarrow{\Omega_{2/0}}} = \omega_{12} \cdot \vec{z} = \omega_{12} \vec{z_1}$
$\vec{0}$

On en déduit : $\overrightarrow{\delta_{B,1/0}} = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & I_{B1} \end{bmatrix}_{B_1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{12} \end{bmatrix}_{B_1} = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ I_{B1}\omega_{12} \end{bmatrix}_{B_1}$

La projection sur $\vec{z}$ vaut $\underline{\overrightarrow{\delta_{B,1/0}} \cdot \vec{z} = I_{B_1}\omega_{12}}$

2) $\overrightarrow{\delta_{B\in 1/0}} = \left.\dfrac{d}{dt}\overrightarrow{\sigma_{B\in 1/0}}\right|_{B_0}$ or $\vec{z_1} = \vec{z_0}$, donc on obtient sur $\vec{z_0}$:

$\underline{\overrightarrow{\delta_{B\in 1/0}} \cdot \vec{z} = I_{B1} \cdot \dot{\omega}_{12}}$

Q25) De même, $\underline{\overrightarrow{\delta_{C\in 3/0}} \cdot \vec{z} = I_{C3} \cdot \dot{\omega}_{32}}$

Q26) RSG en I entre 1 et 0 $\Rightarrow \overrightarrow{V_{I\in 1/0}} = \vec{0}$

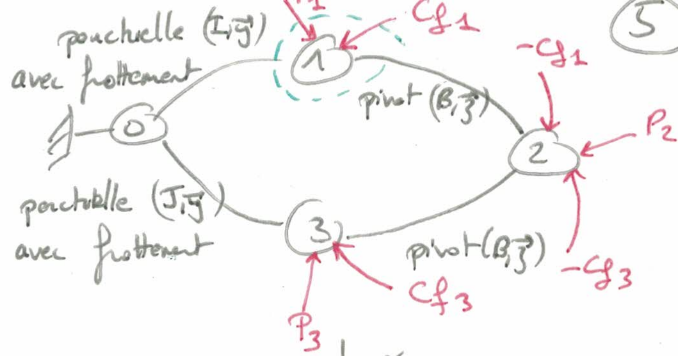
$\Leftrightarrow \overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{I\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{G_2\in 2/0}}}_{2/0 \text{ : translation}} = \underline{v_{G_2} \cdot \vec{x}}$

2/1 est une rotation d'axe $(B, \vec{z})$ donc :

$\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{V_{B\in 2/1}}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{IB} \wedge \underbrace{\overrightarrow{\Omega_{2/1}}}_{= -\overrightarrow{\Omega_{1/2}}} = R_1 \vec{y} \wedge (-\omega_{12}\vec{z}) = \underline{-R_1 \omega_{12} \vec{x}}$

d'où, en projetant sur $\vec{x}$: $\underline{v_{G_2} = -R_1 \omega_{12}}$

De même, on aura $\underline{v_{G_2} = -R_3 \omega_{32}}$



Q27) On isole 1 :

BAME :

$$\{\mathcal{T}_{pes/1}\} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -m_1 g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_0} \qquad \{\mathcal{T}_{0/1}\} = {}_I\begin{Bmatrix} -X_{01} & 0 \\ Y_{01} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}$$

$$\{\mathcal{T}_{Cf}\} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Cf_1 \end{Bmatrix}_{B_0} \qquad \{\mathcal{T}_{2/1}\} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{21} & L_{21} \\ Y_{21} & M_{21} \\ Z_{21} & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}$$

On déplace $\mathcal{T}_{0/1}$ en B :

$$\overrightarrow{M_{B,0/1}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{M_{I,0/1}}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{BI} \wedge \overrightarrow{F_{0/1}} = \begin{vmatrix} 0 \\ -R_1 \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} \wedge \begin{vmatrix} -X_{01} \\ Y_{01} \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -R_1 X_{01} \end{vmatrix}_{B_0}$$

Théorème du moment dynamique à 1 en B sur $\vec{z}$:

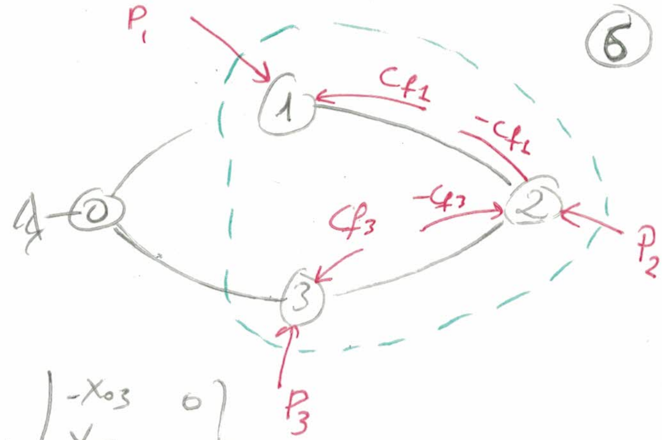
$$I_{B1} \cdot \dot{\omega}_{12} = Cf_1 - R_1 X_{01} \Leftrightarrow X_{01} = \frac{Cf_1 - I_{B1}\dot{\omega}_{12}}{R_1}$$

or $\omega_{12} = -\dfrac{v_{G2}}{R_1}$ donc $\dot{\omega}_{12} = -\dfrac{\gamma_{G2}}{R_1}$

d'où $$\boxed{X_{01} = \frac{Cf_1 + I_{B1}\gamma_{G2}/R_1}{R_1}}$$

On obtiendra de même en isolant 3 :

$$\boxed{X_{03} = \frac{Cf_3 + I_{C3}\gamma_{G2}/R_3}{R_3}}$$



Q28) On isole $\{1+2+3\}$

Cette fois les couples de freinage (entre 1 et 2, puis 2 et 3) deviennent des actions intérieurs.

BAME : $\{\mathcal{T}_{0/1}\} = \left\{\begin{matrix} -X_{01} & 0 \\ Y_{01} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{I,\,B_0}$ $\quad \{\mathcal{T}_{0/3}\} = \left\{\begin{matrix} -X_{03} & 0 \\ Y_{03} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{J,\,B_0}$

$\{\mathcal{T}_{pes\to1}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -m_1 g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{B,\,B_0}$; $\{\mathcal{T}_{pes\to2}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -m_2 g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{G_2,\,B_0}$; $\{\mathcal{T}_{pes\to3}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -m_3 g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{C,\,B_0}$

On veut appliquer le TMD en I, il faut donc déplacer tous les moments dynamiques en I :

on ne connait pas les composantes sur $\vec{x}$ et $\vec{y}$...

$$* \ \overrightarrow{\delta_{I\in1/0}} = \overrightarrow{\delta_{B\in1/0}} + \overrightarrow{IB} \wedge \overrightarrow{Rd_{1/0}} = \begin{vmatrix} \times \\ \times \\ I_{B1}\dot{\omega}_{12} \end{vmatrix}_{B_0} + \begin{vmatrix} 0 \\ R_1 \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} \wedge \begin{vmatrix} m_1\gamma_{G_2} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} = \begin{vmatrix} \times \\ \times \\ I_{B_1}\dot{\omega}_{12} - R_1 m_1 \gamma_{G_2} \end{vmatrix}_{B_0}$$

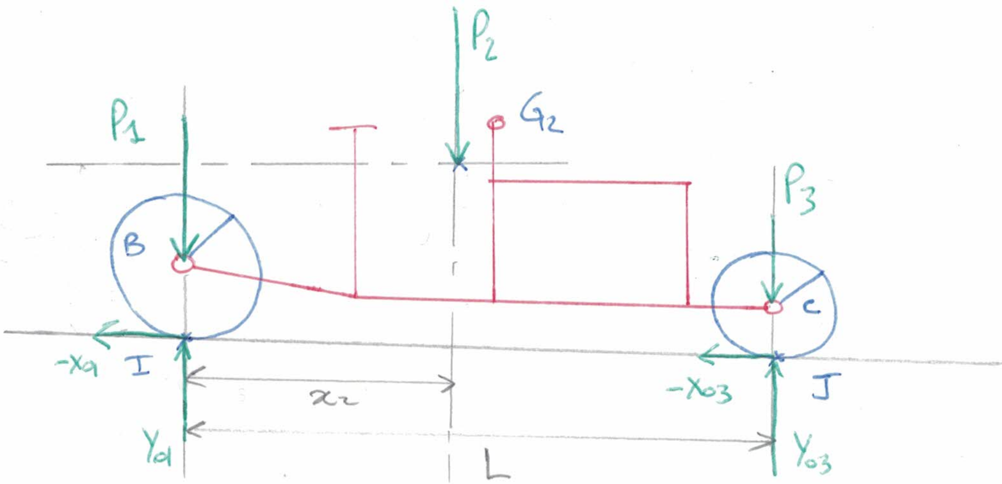
on trouve $\overrightarrow{\delta_{I\in1/0}}\cdot\vec{z} = I_{B_1}\dot{\omega}_{12} - R_1 m_1 \gamma_{G_2}$

$$* \ \overrightarrow{\delta_{I\in2/0}} = \cancel{\overrightarrow{\delta_{G_2\in2/0}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{IG_2} \wedge \overrightarrow{Rd_{2/0}} = \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} \wedge \begin{vmatrix} m_2\gamma_{G_2} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -y_2 m_2 \gamma_{G_2} \end{vmatrix}_{B_0}$$

$$\overrightarrow{\delta_{I\in2/0}}\cdot\vec{z} = -y_2 m_2 \gamma_{G_2}$$

$$* \ \overrightarrow{\delta_{I\in3/0}} = \overrightarrow{\delta_{C\in3/0}} + \overrightarrow{IC} \wedge \overrightarrow{Rd_{3/0}} = \begin{vmatrix} \times \\ \times \\ I_{C_3}\dot{\omega}_{32} \end{vmatrix}_{B_0} + \begin{vmatrix} L \\ R_3 \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} \wedge \begin{vmatrix} m_3\gamma_{G_2} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} = \begin{vmatrix} \times \\ \times \\ I_{C_3}\dot{\omega}_{32} - R_3 m_3 \gamma_{G_2} \end{vmatrix}_{B_0}$$

$$\overrightarrow{\delta_{I\in3/0}}\cdot\vec{z} = I_{C_3}\dot{\omega}_{32} - R_3 m_3 \gamma_{G_2}$$



On doit déplacer tous les moments en I. X_{01}, Y_{01} ; P_1 et X_{03} ne exercent pas de moments en I. Pour les autres on fait comme en RdM.

TRD en I sur $\vec{z}$:

$$I_{B1}\dot{\omega}_{12} - R_1 m_1 \gamma_{G2} - y_2 m_2 \gamma_{G2} + I_{C3}\dot{\omega}_{32} - R_3 m_3 \gamma_{G2} = -x_2 m_2 g - L m_3 g + L Y_{03}$$

d'où

$$\boxed{Y_{03} = \frac{I_{B1}\dot{\omega}_{12} + I_{C3}\dot{\omega}_{32} - \gamma_{G2}(R_1 m_1 + y_2 m_2 + R_3 m_3) + g(x_2 m_2 + L m_3)}{L}}$$

Q29) pour $\gamma = -4{,}5\ m.s^{-2}$, $C_{f3\,opt} \simeq 170$ Nm ; $C_{f1\,opt} \simeq 190$ Nm.

Q30) C_{f1opt} et C_{f3opt} sont inférieurs à 250 Nm donc le cahier des charges est validé.

Q31) Pour optimiser les conditions de freinage, on pourrait mettre un système d'ABS sur le vélo géré par un capteur de vitesse de rotation sur chacune des roues.

Cette solution a été développée par Bosch en 2023.