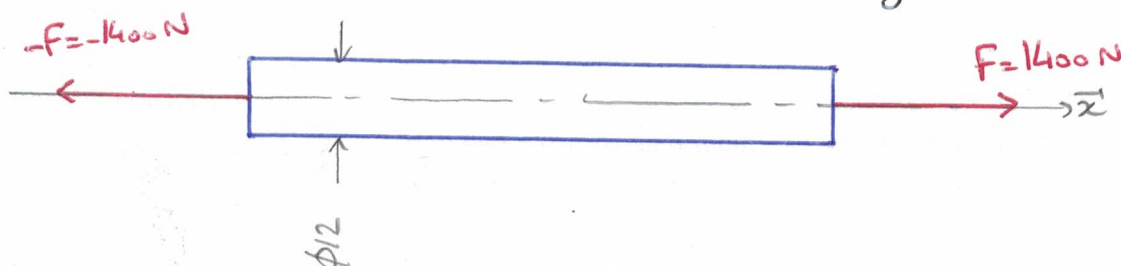


RdM - Exercice de traction

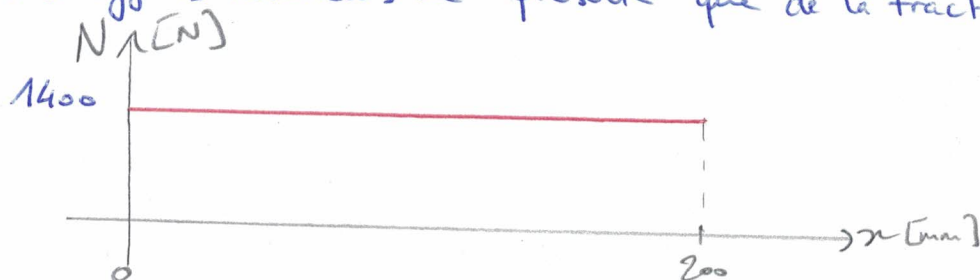
Un arbre de diamètre 12 mm et de longueur 200 mm est soumis à un effort de 1400 N.

La résistance élastique en traction du matériau est $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$.
Le coefficient de sécurité vaut $n = 5$.

Vérifiez que cet arbre résiste à cette force, calculez son allongement.



Le diagramme des efforts intérieurs ne présente que de la traction :



La contrainte σ est donnée par $\sigma = N/S$, avec $N = cte = 1400 \text{ N}$

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 12^2}{4} \approx 113 \text{ mm}^2 \quad \text{donc } \sigma = \frac{1400}{113} \approx \underline{12,4 \text{ MPa}}$$

La condition de résistance est $|\sigma| \leq \frac{\sigma_c}{n} = \frac{500}{5} = \underline{100 \text{ MPa}}$

Cette condition est satisfaite donc cet arbre résiste.

L'allongement ΔL est donné par $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$ avec $\sigma = E \cdot \epsilon$

$$\text{donc } \frac{\Delta L}{L} = \frac{\sigma}{E} \quad (\Rightarrow) \quad \Delta L = L \cdot \frac{\sigma}{E} \quad \text{avec } E = 210 \text{ GPa.}$$

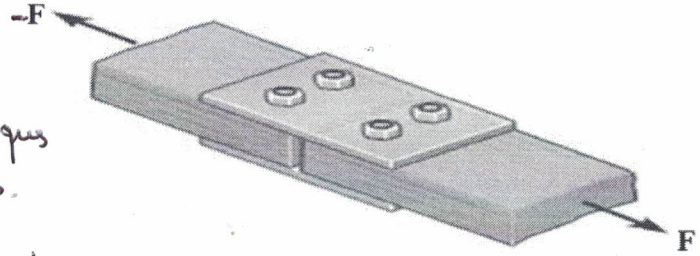
$$\Rightarrow \Delta L = 200 \times \frac{12,4}{210.000} = \underline{0,012 \text{ mm}}$$

L'allongement ΔL ne représente que 1,2 centième de millimètre !

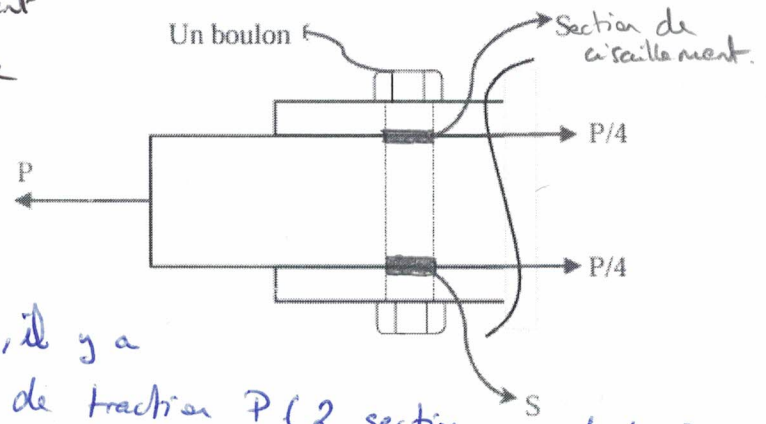
Exercice de cisaillement

②

Deux barres chargées en traction par une force $F = 70 \text{ kN}$ sont assemblées en utilisant deux plaques rectangulaires et quatre boulons.



Déterminez le diamètre des boulons si la contrainte limite de cisaillement est de 400 MPa et le facteur de sécurité utilisé de 3.



De chaque côté de la section, il y a 4 surfaces qui résistent à la force de traction P (2 sections par boulons), donc l'effort de cisaillement vaut $F = P/4$.

La contrainte de cisaillement vaut $\tau = \frac{F}{S} = \frac{P}{4S}$ avec $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

$$\Rightarrow \tau = \frac{P}{4 \cdot \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{P}{\pi d^2}$$

La contrainte maximale admissible vaut $\frac{\tau_{\text{lim}}}{n} = \frac{400}{3} \approx 133 \text{ MPa}$

d'où $\frac{P}{\pi d^2} \leq \frac{\tau_{\text{lim}}}{n} \Rightarrow d^2 \geq \frac{P \cdot n}{\pi \tau_{\text{lim}}}$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{P \cdot n}{\pi \tau_{\text{lim}}}}$$

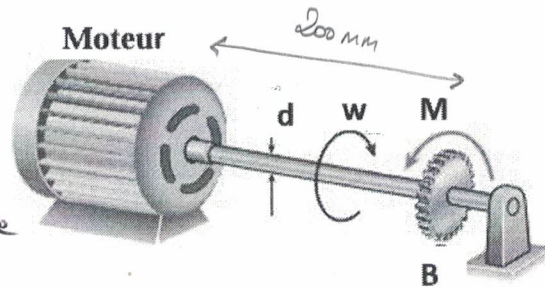
AN : $d \geq \sqrt{\frac{70.000 \cdot 3}{3,14 \times 400}} \approx 12,9 \text{ mm}$

Exercice de torsion

Le moteur développe un couple

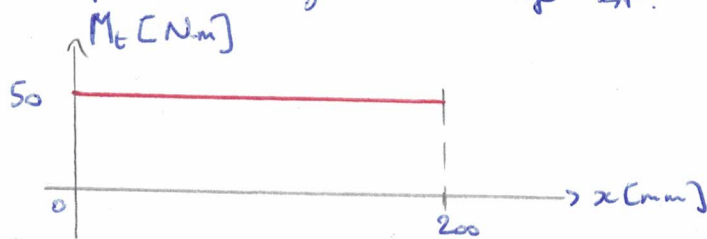
$$C_m = 50 \text{ Nm}$$

La contrainte de cisaillement admissible vaut $40 \text{ MPa} = R_{pg}$



1. Quel est le diamètre requis de l'arbre ?
2. Calculer l'angle de torsion si $G = 80 \text{ GPa}$.

1) On est en torsion pure, le diagramme de M_t est :



La contrainte τ vaut $\tau = \frac{M_t \times r}{I_g}$ avec $I_g = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$

Cette contrainte est maximale à l'extérieur de l'arbre, donc

par $r = \frac{d}{2}$, d'où $\tau_{\max} = \frac{M_t \times d/2}{\frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi d^3}$

Ici $\tau_{\max} = R_{pg} = 40 \text{ MPa}$ est la condition de résistance,

d'où $\frac{16 M_t}{\pi d^3} \leq R_{pg} \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_t}{\pi R_{pg}}} \approx \sqrt[3]{\frac{16 \times 50000}{3,14 \times 40}} \approx 18 \text{ mm}$

⚠ Ici, il faut poser M_t en $\text{N} \cdot \text{mm}$

$$\sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_t}{\pi R_{pg}}} = \sqrt[3]{\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{N/mm}^2}} = \sqrt[3]{\text{mm}^3} = \text{mm} !$$

$\theta = \frac{d\alpha}{dx}$ est l'angle de torsion, en $\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$

2) On repart de $\tau = G \cdot \frac{d\alpha}{dx} \cdot r = \frac{M_t \cdot r}{I_g}$ donc $\frac{d\alpha}{dx} = \frac{M_t \cdot r}{I_g \cdot G \cdot r}$

Ici $\frac{d\alpha}{dx} = \frac{50000}{\frac{3,14 \cdot 18^4}{32} \times 80000} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ rad/mm}$

④

Pour $L = 200 \text{ mm}$, le déplacement angulaire α sera :

$$\frac{\alpha}{L} = \frac{d\alpha}{dx} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{mm}^{-1}$$

$$\Rightarrow \alpha = 6 \cdot 10^{-5} \times 200 \approx 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ rad} \approx \underline{0,7^\circ}$$

Rmq: cet écart angulaire peut poser problème en asservissement.
Généralement les capteurs sont sur le moteur, donc cette déformation n'est pas prise en compte !