Exercices sur les vecteurs

Ex 1

Dans un repère $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ d'origine O(0,0,0) on place un point A(5,2,0)

- Représenter le repère et le point A dans le plan $(\vec{x},\vec{y})$
- Calculer $\overrightarrow{OA}$
- Déterminer l'angle $\alpha = (\vec{x},\overrightarrow{OA})$ entre l'horizontale et OA
- Calculer $\overrightarrow{OA}.\vec{x}$, $\overrightarrow{OA}.\vec{y}$, $\overrightarrow{OA}\wedge\vec{x}$, $\overrightarrow{OA}\wedge\vec{y}$
- Trouver un point B dans le plan $(\vec{x},\vec{y})$ tel que $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$
- Comparer avec $\vec{z}\wedge\overrightarrow{OA}$, interpréter.

Ex 2

Dans un repère $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ d'origine O(0,0,0) on place deux points A(x,y,0) et B(b,0,0)

- Représenter le repère et les points A et B dans le plan $(\vec{x},\vec{y})$
- Déterminer l'angle $\alpha = (\vec{x},\overrightarrow{OA})$ entre l'horizontale et OA
- Calculer $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ et $\|\overrightarrow{OA}\|$
- Calculer $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \|\overrightarrow{AB}\|\ et\ \|\overrightarrow{BA}\|$
- Montrer que $\|\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{OA}\| = 2.S_{OAB}$ où S_{OAB} désigne la surface du triangle OAB.

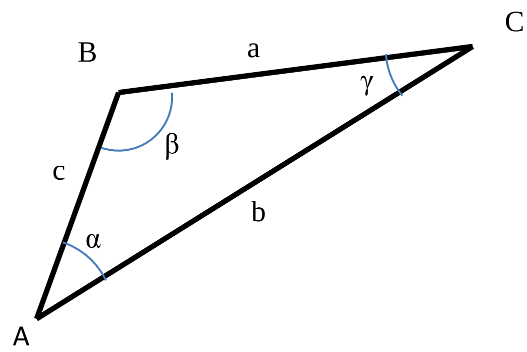
Ex 3

Dans le triangle ABC ci-contre, le théorème d'Al-Kashi montre que :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos(\gamma)$$

Le démontrer, en utilisant :

$c^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2 = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$



Ex 4

Données :

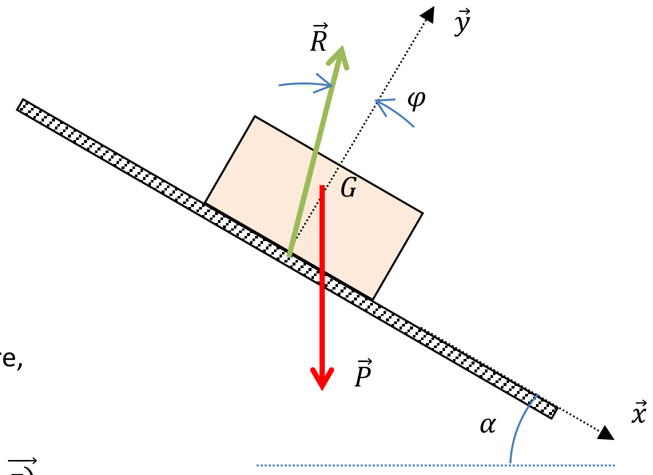
P = mg = 100 N

tan(φ)=0,2

Dimensions de la caisse : 60cm x 30cm

$\|\vec{R}\| = R$ inconnue

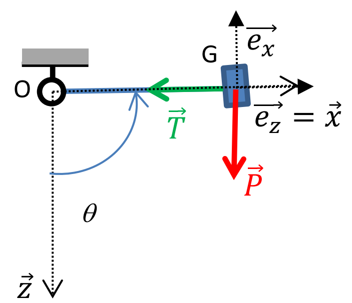
On cherche l'angle α permettant d'obtenir l'équilibre, c'est-à-dire tel que : $\vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$



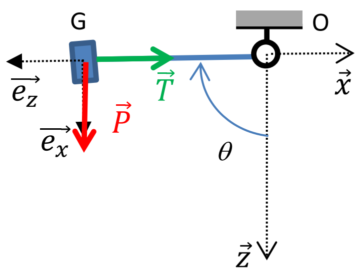
- Ecrire les vecteurs $\vec{R}$ et $\vec{P}$ dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.
- A partir de l'équation d'équilibre, déterminer R et α

Ex 5

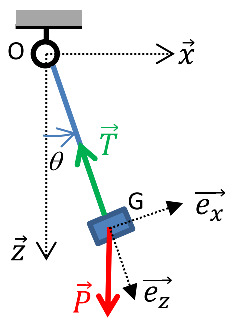
On note T et P les normes des vecteurs de pesanteur et de tension du fil. Pour les différentes valeurs de θ ci-dessous exprimer les vecteurs $\vec{T}$ et $\vec{P}$ dans les bases fixes et mobiles.



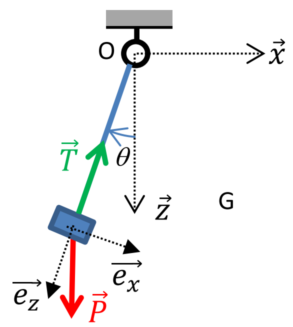
θ=90°



θ=-90°

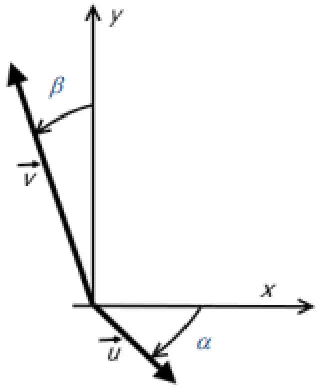


θ=20°



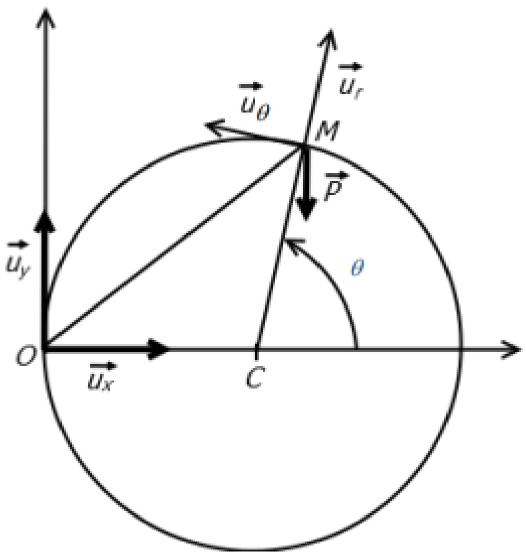
θ=-20°

Ex 6



On considère une base orthonormée du plan $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$. Soient un vecteur $\vec{u}$ de norme u faisant un angle α avec le vecteur $\vec{u}_x$ et un vecteur $\vec{v}$ de norme v et faisant un angle β avec le vecteur $\vec{u}_y$. Donner les projections des deux vecteurs précédents dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$. Déterminer le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ de deux manières différentes.

Ex 7



On considère un anneau assimilé à un point matériel M de masse m se déplaçant sur un cerceau de rayon a de centre C. On repère la position du point M par l'angle orienté θ et la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est orthonormée directe. Le point M est soumis en particulier à son poids caractérisé par le vecteur $\vec{P}$ de norme P.

Le vecteur $\vec{u}_y$ est suivant la direction verticale.

1) Exprimer le poids $\vec{P}$ dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.
2) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{OM}$ dans la base orthonormée $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ définie sur le schéma ci-contre (on pourra utiliser : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CM}$).
3) En déduire la longueur OM et commenter.
4) Déterminer l'angle entre $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{OM}$