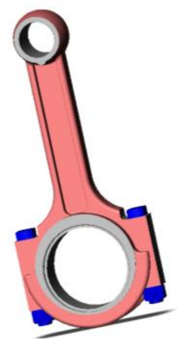
Détermination expérimentale d’un moment d’inertie

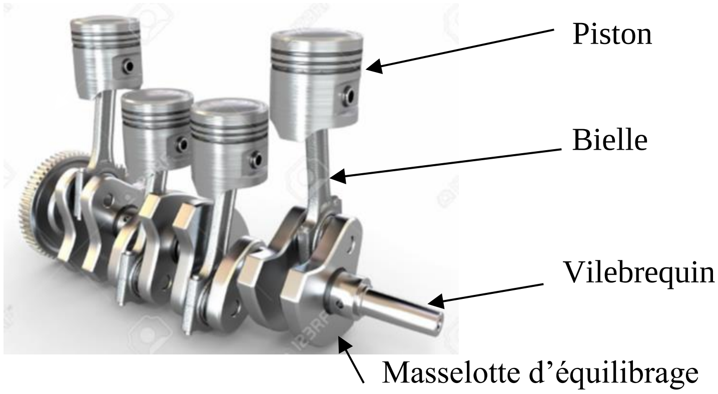
❑ Mise en situation

On cherche à connaître le moment d’inertié d’une bielle utilisée dans un moteur 4 temps. Ceci permettra de dimensionner les masselottes d’équilibrage disposées sur le vilebrequin.

Un des moyens les plus simples consiste à mesurer la période des oscillations de la bielle que l’on fait penduler autour d’un axe fixe. Nous cherchons ici à déterminer l’expression analytique de cette période.



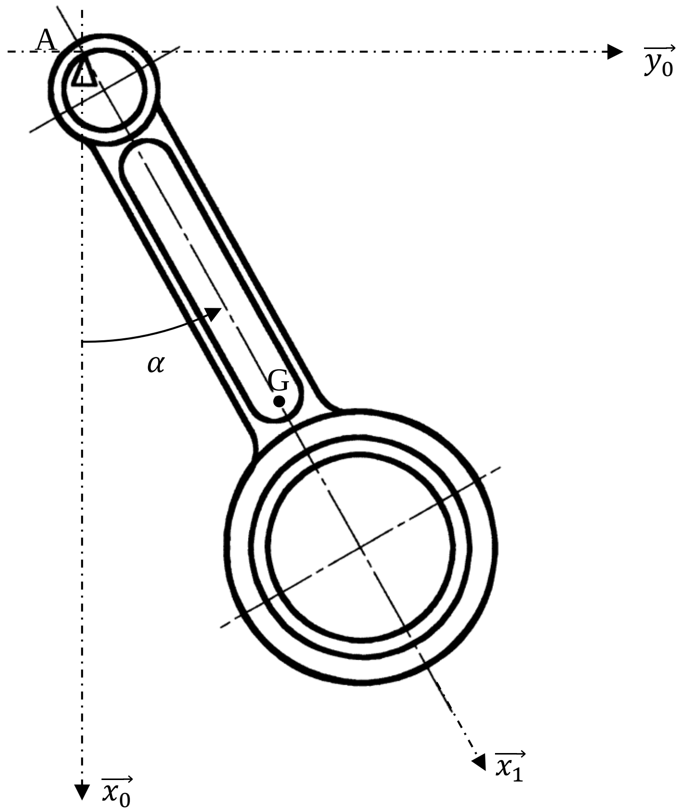
Bielle étudiée
Modèle SW



❑ Modèle d’étude

On fait penduler la bielle [**1**] sur l’arête d’un couteau [**0**] fixe. La liaison en A est modélisée par une liaison linéaire rectiligne de ligne de contact $(A,\overrightarrow{z_0})$ et de normale $\overrightarrow{x_1}$. Le contact entre [**0**] et [**1**] se fait avec frottement de coefficient de frottement *f*. En étudiant de **petites oscillations**, on fait l’hypothèse de non-glissement (adhérence) entre [**0**] et [**1**] en A.

On appelle I_Δ le moment d’inertie de la bielle autour de l’axe $(A,\overrightarrow{z_0})$.



Paramètres :

m = 640g
$(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}) = \alpha$
$\overrightarrow{AG} = L\overrightarrow{x_1}$
L = 114mm
f = 0,2

❑ Questions

1°) Déterminer l'énergie cinétique de la bielle par rapport à [0]

2°) Calculer les puissances galiléennes développées par les actions mécaniques extérieures sur [1].

3°) Appliquer le théorème de l'énergie cinétique et déterminer l'équation différentielle du mouvement :

$$\boxed{I_\Delta.\ddot{\alpha}(t) + mgL.sin\big(\alpha(t)\big) = 0}$$

4°) En faisant l'hypothèse de petites oscillations, déterminer l'expression littérale de la période d'oscillation.

5°) En déduire l'expression de I_Δ, puis de I_G (moment d'inertie par rapport à $(G, \overrightarrow{z_0})$).

❑ Comparaison point/solide

On cherche à assimiler la bielle à une masse ponctuelle, de sorte à obtenir les mêmes oscillations que le solide. On pourrait penser que placer cette masse au centre de gravité G de la bielle mènerai à un modèle équivalent. Les quelques calculs qui suivent vont nous montrer le contraire.

On assimile dorénavant la bielle à une masse ponctuelle *m=640g* située en B tel que $\overrightarrow{AB} = l\overrightarrow{x_1}$.

6°) Déterminer l'équation différentielle du mouvement de la masse ponctuelle.

7°) En déduire la pulsation et la période des oscillations.

8°) Etablir le lien entre *l* et L permettant d'obtenir le même mouvement : ***l* ≠ *L* !!**