

E_c - Stockage électromécanique d'une centrale inertielle.

①

Q21) 1/0 est une rotation pure donc $E_{c10} = \frac{1}{2} J_1 \cdot \omega^2$

Q22) on veut $\Delta E_c = 3 \text{ kWh}$: c'est l'énergie cinétique absorbée (ou restituée).

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} J_1 \cdot \omega_{\max}^2 - \frac{1}{2} J_1 \cdot \omega_{\min}^2$$

$$\text{soit } J_1 = \frac{2 \cdot \Delta E_c}{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}$$

AN: $J_1 = \frac{2 \times 3}{\frac{\pi}{30} (40000 - 30000)}$ avec $\omega = \frac{\pi N}{30}$ ^{rad/s} ^{tr/min}

$$J_1 \approx 28 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Q23) $m = \rho \times \text{hauteur} \times \text{section} = \rho \cdot H \cdot \pi R^2$

Q24) $J_1 = \frac{m R^2}{2} = \rho H \cdot \pi R^2 \times \frac{R^2}{2} = \frac{\pi \rho H R^4}{2}$

d'où $R = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot J_1}{\pi \rho H}} \approx 0,14 \text{ m}$

Q25) frottements visqueux: frottements de l'air sur le volant d'inertie
frottements secs: frottements liés aux roulements de la liaison pivot

Q26) * Système isolé: {1}

* Puissances intérieures: $\emptyset$ car il n'y a qu'un seul solide!

* Puissance extérieure:

(2)

Liaison 0/1: pivot $(G, \vec{z}_0)$ avec frottement et glissement

$$\mathcal{P}_{0 \rightarrow 1/0} = \begin{Bmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & R_{01} \\ Z_{01} & -C_s \end{Bmatrix}_{B_0} \otimes \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ w \end{Bmatrix}_{B_0}$$

couple de frottement sec donné avec un mors dans le sujet $\Rightarrow \underline{C_s > 0}$

$$= -C_s \cdot w$$

Action de l'air sur le cylindre 1:

$$\mathcal{P}_{air \rightarrow 1/0} = \begin{Bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \\ ? & -C_v \end{Bmatrix}_{B_0} \otimes \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ w \end{Bmatrix}_{B_0} = -C_v \cdot w = -\mu w^2$$

les valeurs n'ont pas besoin d'être connues!

TEC: $\frac{dE_{c1/0}}{dt} = \mathcal{P}_{int} + \mathcal{P}_{ext}$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_1 \omega^2 \right) = -C_s \omega - \mu \omega^2$$

$$J_1 \cdot \dot{\omega} = -C_s \omega - \mu \omega^2$$

soit $\boxed{J_1 \cdot \dot{\omega} + \mu \omega = -C_s}$

Q27) * solution homogène: $\dot{\omega} + \frac{\mu}{J_1} \omega = 0$

donc $\omega(t) = k \cdot e^{-\frac{\mu}{J_1} \cdot t}$

* solution particulière: si $\dot{\omega} = 0 \Rightarrow \mu \cdot \omega_p = -C_s$

$$\Rightarrow \omega_p(t) = -\frac{C_s}{\mu}$$

donc la solution est de la forme $\omega(t) = k \cdot e^{-\frac{\mu}{J_1} t} - \frac{C_s}{\mu}$

avec $w(0) = w_{\max}$, on trouve:

$$K - \frac{Cs}{\mu} = w_{\max} \Rightarrow K = w_{\max} + \frac{Cs}{\mu}$$

soit $w(t) = \left(w_{\max} + \frac{Cs}{\mu} \right) e^{-\frac{\mu}{J_2} t} - \frac{Cs}{\mu}$

Q28) on cherche $w(\Delta t) = w_{\min}$, soit

$$\left(w_{\max} + \frac{Cs}{\mu} \right) e^{-\frac{\mu}{J_2} \Delta t} - \frac{Cs}{\mu} = w_{\min}$$

$$\Rightarrow e^{-\frac{\mu}{J_2} \Delta t} = \frac{w_{\min} + \frac{Cs}{\mu}}{w_{\max} + \frac{Cs}{\mu}}$$

$$\Rightarrow -\frac{\mu}{J_2} \Delta t = \ln \left(\frac{w_{\min} + \frac{Cs}{\mu}}{w_{\max} + \frac{Cs}{\mu}} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{J_2}{\mu} \cdot \ln \left(\frac{w_{\min} + \frac{Cs}{\mu}}{w_{\max} + \frac{Cs}{\mu}} \right)$$

Q29) $\Delta t = 10^4 \text{ s} \approx 2,8 \text{ h}$

On peut conserver l'énergie au maximum pendant 2,8h. Ce n'est donc pas un système permettant de conserver l'énergie pendant une nuit, mais cela peut suffire pour palier aux fluctuations de la demande immédiate par rapport à la production d'une centrale nucléaire car il faut du temps pour la modifier.