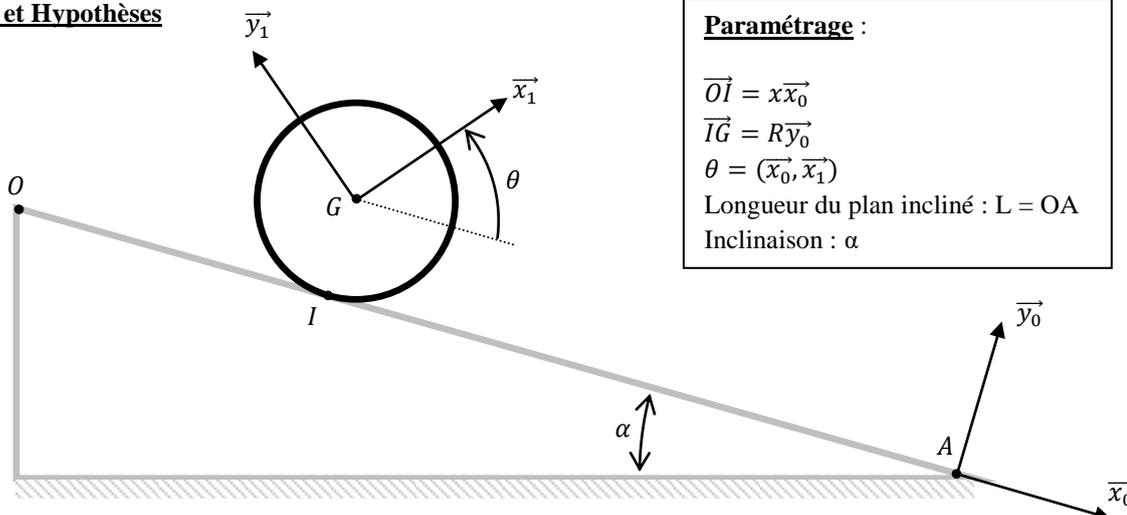


I – Objectif de l'étude

On étudie le mouvement d'un cylindre sur un plan incliné, qui, selon le contact, peut être amené à rouler ou à glisser.

II – Modèle et Hypothèses



- Le solide [1] est modélisé par un cylindre de rayon R, de largeur L_1 , de masse m. Sa matrice d'inertie au point G dans la base 1 est : $\overline{\overline{I(G, 1)}} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}_{B_1}$ avec $I_{zz} = mR^2/2$ et $I_{xx} = I_{yy} = m(R^2/4 + L^2/12)$
- En position initiale ($t=0$), le point I coïncide avec le point O donc $x(0)=0$ et la vitesse est nulle ($\dot{x}(0)=0$).
- La fin de l'étude correspond au moment où le point I coïncide avec le point A, donc pour $x=L$.

III – Premier modèle : Glissement sans Roulement

On suppose que le frottement entre [0] et [1] est négligeable, dans ce cas le cylindre va descendre le plan incliné en glissant sans rouler (donc $\dot{\theta} = 0$).

Question 1 : Ecrire le théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{x}_0 . En déduire l'accélération du cylindre γ_g .

Question 2 : En déduire en fonction de L, g et α l'expression du temps mis par le cylindre pour parcourir la distance L, et la vitesse finale.

IV – Deuxième modèle : Roulement sans Glissement

Le coefficient de frottement f entre [0] et [1] est maintenant supposé suffisamment élevé pour maintenir l'adhérence. On se place donc dans le cas du roulement sans glissement au point I.

Question 3 : Ecrire le torseur de l'action mécanique de [0] et [1].

Question 4 : Ecrire la relation liant \dot{x} à $\dot{\theta}$.

Question 5 : Déterminer le torseur dynamique du solide [1] par rapport à [0] au point G : ${}_G\{\mathcal{D}_{1/0}\}$ en fonction de \ddot{x} .

Question 6 : Dans l'hypothèse d'un modèle plan de normale \vec{z} , écrire les trois équations issues du PFD.

Question 7 : En déduire l'équation différentielle du mouvement : $\frac{3}{2}\ddot{x} = g \cdot \sin(\alpha)$

Question 8 : Recalculer le temps de descente et la vitesse finale du cylindre.

Conclusion : Vaut-il mieux rouler que glisser ? (penser à nuancer selon le contact [1]/[0])