# Bobine _ Corrigé



1°) RSG en I entre 2 et 0 $\Rightarrow \overrightarrow{V_{I\in 2/0}} = \vec{0}$

d'où $\boxed{\overrightarrow{V_{G\in 2/0}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{I\in 2/0}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{GI} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}} = -R\vec{y_1} \wedge \dot{\theta}\vec{z_1} = -R\dot{\theta}\,\vec{x_1}}$

2°) en G : $\{\mathcal{D}_{2/0}\} \cdot \begin{cases} \overrightarrow{Rd_{2/0}} = m\,\overrightarrow{\Gamma_{G\in 2/0}} \\ \overrightarrow{\delta_{G\in 2/0}} = \dfrac{d}{dt}\overrightarrow{\sigma_{G\in 2/0}} = \dfrac{d}{dt}\left(\overline{\overline{I}}_{(G,2)} \cdot \overrightarrow{\Omega_{2/0}}\right) \end{cases}$

avec . $\overrightarrow{\Gamma_{G\in 2/0}} = \dfrac{d}{dt}\overrightarrow{V_{G\in 2/0}} = -R\ddot{\theta}\,\vec{x_1}$

. $\overline{\overline{I}}_{(G,2)} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix}$ car axisymétrie $(G, \vec{z_2})$

d'où $\overrightarrow{\sigma_{G\in 2/0}} = \overline{\overline{I}}_{(G,2)} \cdot \overrightarrow{\Omega_{2/0}} = J\dot{\theta}\,\vec{z_1}$

et $\overrightarrow{\delta_{G\in 2/0}} = J\ddot{\theta}\,\vec{z_1}$

Finalement, $\boxed{\{\mathcal{D}_{2/0}\} = \left\{ \begin{matrix} -mR\ddot{\theta}\,\vec{x_1} \\ J\ddot{\theta}\,\vec{z_1} \end{matrix} \right\}_G}$

3°) Bilan d'actions Mécaniques Extérieurs :

. Poids : $\{\mathcal{T}_{pes/2}\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ -mg & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{G,\,R_1}$

. Réaction du sol : $\{\mathcal{T}_{0/2}\} = \left\{ \begin{matrix} -X_{02} & 0 \\ Y_{02} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{I,\,R_1}$ ponctuelle $(I, \vec{y_1})$ avec frottement.

. Tension du fil : $\{\mathcal{T}_{F/2}\} = \left\{ \begin{matrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{F,\,R_1}$

Théorème de la résultante dynamique :

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{x_1} : & F - X_{02} = -mR\ddot{\theta} \quad (1) \\ \text{sur } \vec{y_1} : & -mg + Y_{02} = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Théorème du moment dynamique en G :

Calcul des moments en G :

$$\vec{M}_{G,0/2} = \underbrace{\vec{M}_{I,0/2}}_{\vec{0}} + \vec{GI} \wedge \vec{F}_{0/2} = -R\vec{y_1} \wedge \left(-X_{02}\vec{x_1} + Y_{02}\vec{y_1}\right) = -RX_{02}\vec{z_1}$$

$$\vec{M}_{G,F/2} = \underbrace{\vec{M}_{E,F/2}}_{\vec{0}} + \vec{GE} \wedge \vec{F} = -r\vec{y_1} \wedge F\vec{x_1} = rF\vec{z_1}$$

TMD en G selon $\vec{z_1}$ : $-RX_{02} + rF = J\ddot{\theta}$ (3)

Résolution : On déduit $X_{02}$ de (1) : $X_{02} = F + mR\ddot{\theta}$

on remplace dans (3) $\Rightarrow -R(F + mR\ddot{\theta}) + rF = J\ddot{\theta}$

$$\Rightarrow \boxed{(J + mR^2)\ddot{\theta} = F(r - R)}$$

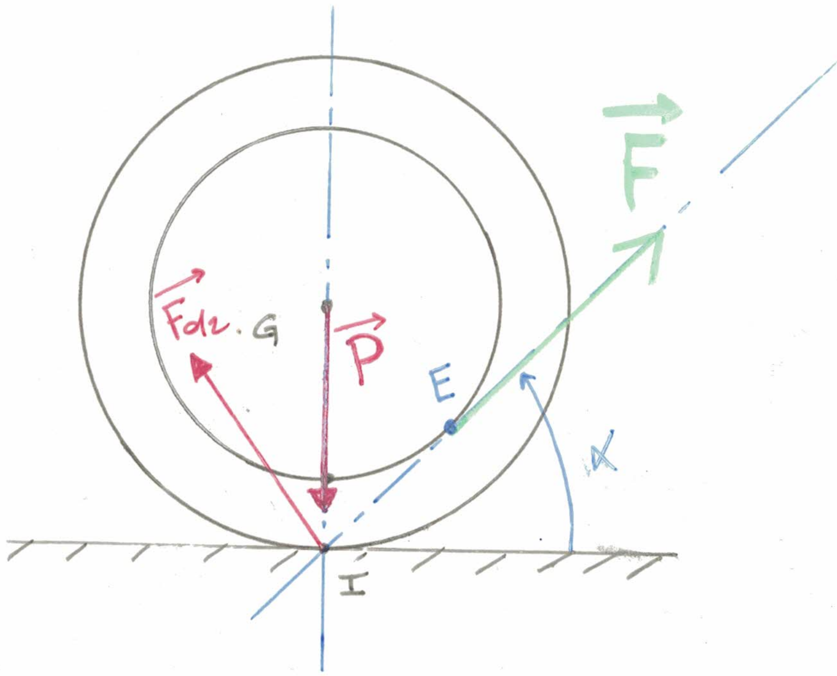
or, $r - R < 0$ donc $\ddot{\theta} < 0$. On en déduit que bobine va tourner dans le sens horaire, donc enrouler le fil.

4°) Seul le torseur $\{\mathcal{T}_{F/2}\}$ est modifié : $\{\mathcal{T}_{F/2}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ F & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{E,R_1}$

on trouvera :
$$\begin{cases} -X_{02} = -mR\ddot{\theta} \\ F - mg + Y_{02} = 0 \\ -RX_{02} + rF = J\ddot{\theta} \end{cases}$$

d'où $\boxed{(J + mR^2)\ddot{\theta} = rF}$ donc $\ddot{\theta}$ sera positif, le fil se déroule.

5°) Pour que la bobine ne tourne pas, il faut que la somme des moments extérieurs appliqué à la bobine soit nulle.




Or le poids $\vec{P}$ et la réaction du sol $\vec{F_{0/2}}$ se croisent en I. Ces deux forces ont donc un moment nul en I :

$$\overrightarrow{M_{I,pes/2}} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{M_{I,0/2}} = \vec{0}.$$

Il faut donc que tension du fil passe par le point I pour ne pas générer de moment.

Rmq : • ⚠ le point E se déplace avec le fil

• On peut montrer que $\cos\alpha = r/R$.

• Le moment d'inertie de 2 par rapport à l'axe $(I, \vec{z_1})$ est $(J + mR^2)$. On aurait pu appliquer le TMD en I et retrouver les résultats de 3°) et 4°) directement.

Puisque la bobine ne tourne pas, alors elle translate en glissant par rapport au sol.