I- Statique - barre encastrée

1°) $$\boxed{\{\tau_{P/1}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -P & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{C,\,B_0}}$$

2°) $$\boxed{\{\tau_{0/1}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{B,\,B_0}}$$

3°) $$\boxed{\{\tau_{0/1}'\} = \left\{\begin{matrix} X_A & \cancel{L_A} \\ Y_A & \cancel{M_A} \\ \cancel{Z_A} & 0 \end{matrix}\right\}_{A,\,B_0}}$$

4°) * $$\vec{M}_{A,0/1}' = \underbrace{\cancel{\vec{M}_{B,0/1}'}}_{\vec{0}} + \vec{AB} \wedge \vec{F}_{0/1}' = \begin{vmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ Y_B \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ L_1 Y_B \end{vmatrix}_{B_0} \Rightarrow \boxed{\{\tau_{0/1}'\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & L_1 Y_B \end{matrix}\right\}_{A,\,B_0}}$$

* $$\vec{M}_{A,P/1} = \underbrace{\cancel{\vec{M}_{C,P/1}}}_{\vec{0}} + \vec{AC} \wedge \vec{P} = \begin{vmatrix} L_2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_2 P \end{vmatrix}_{B_0} \Rightarrow \boxed{\{\tau_{0/1}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -P & 0 \\ 0 & -L_2 P \end{matrix}\right\}_{A,\,B_0}}$$

5°) a) TRS : sur $\vec{x}$: $X_A = 0$

sur $\vec{y}$: $Y_A + Y_B - P = 0$ (1)

b) TMS en A sur $\vec{z}$: $L_1 Y_B - L_2 P = 0$ (2)

6°) on trouve Y_B par l'équation (2) : $\boxed{Y_B = \dfrac{L_2}{L_1} P}$

AN : $\boxed{Y_B = 1250 \text{ N}}$

puis Y_A par l'équation (1) : $Y_A = P - Y_B = P\left(1 - \dfrac{L_2}{L_1}\right)$

AN : $\boxed{Y_A = -750 \text{ N}}$

on avait également trouvé $\boxed{X_A = 0 \text{ N}}$

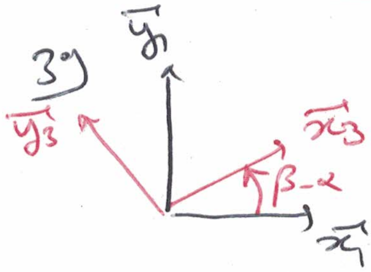
II. Pilote automatique de bateau

A- Cinématique

1) $\overrightarrow{V_{B\in 3/0}} = -a\dot{\beta}\,\vec{x_3}$; $\overrightarrow{V_{B\in 2/1}} = \dot{x}\,\vec{x_1}$; $\overrightarrow{V_{B\in 1/0}} = x\dot{\alpha}\,\vec{y_1}$

2) $\overrightarrow{V_{B\in 3/0}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{V_{B\in 3/2}}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{V_{B\in 2/1}} + \overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$

$$\Leftrightarrow \underline{-a\dot{\beta}\,\vec{x_3} = \dot{x}\,\vec{x_1} + x\dot{\alpha}\,\vec{y_1}} \quad (1)$$

3) 

$(\vec{x_1},\vec{x_3}) = (\vec{x_1},\vec{x_0}) + (\vec{x_0},\vec{x_3}) = -\alpha+\beta = \beta-\alpha$

donc $\underline{\vec{x_3} = \cos(\beta-\alpha)\,\vec{x_1} + \sin(\beta-\alpha)\,\vec{y_1}}$

4) On remplace $\vec{x_3}$ dans (1), on projette sur $\vec{x_1}$:

$$\underline{-a\dot{\beta}\cos(\beta-\alpha) = \dot{x}}$$

5) $\dot{x} = 0,5\times\left(10\times\frac{\pi}{30}\right)\times\cos\left(18^\circ\times\frac{\pi}{180}\right) \simeq \underline{0,5\ m.s^{-1}}$

B- Statique

1) On isole le vérin {1+2}, soumis à 2 glisseurs en A et B. Ces forces sont donc opposés et dirigés par les points d'application A et B.

donc $$\{\tau_{3/2}\} = {}_{B}\begin{Bmatrix} X_{32} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_1} = -\{\tau_{2/3}\}$$

2) On isole 3,

BAME : $\{\tau_{eau\to 3}\} = {}_{D}\begin{Bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_3}$; $\{\tau_{2/3}\} = {}_{B}\begin{Bmatrix} X_{23} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_1}$

$\{\tau_{0/3}\} = {}_{C}\begin{Bmatrix} X_{03} & 0 \\ Y_{03} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}$

Changement de points en C :

* $\overrightarrow{M_{C,eau/3}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{M_{D,eau/3}}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{CD} \wedge \overrightarrow{F_{eau/3}} = \begin{vmatrix} 0 \\ -CD \\ \emptyset \end{vmatrix}_{B_3} \wedge \begin{vmatrix} F \\ 0 \\ \emptyset \end{vmatrix}_{B_3} = \begin{vmatrix} \emptyset \\ \emptyset \\ CD \times F \end{vmatrix}_{B_3}$

* $\overrightarrow{M_{C,2/3}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{M_{B,2/3}}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{F_{2/3}} = \begin{vmatrix} 0 \\ a \\ \emptyset \end{vmatrix}_{B_3} \wedge \begin{vmatrix} X_{23} \cos(\beta - \alpha) \\ -X_{23} \sin(\beta - \alpha) \\ \emptyset \end{vmatrix}_{B_3} = \begin{vmatrix} \emptyset \\ \emptyset \\ -a X_{23} \cos(\beta - \end{vmatrix}_{B_3}$

TMS en C projeté sur $\vec{z}$: $CD \times F - a X_{23} \cos(\beta - \alpha) = 0$

$\iff \boxed{X_{23} = \dfrac{CD}{a \cdot \cos(\beta - \alpha)} F}$ AN : $X_{23} = 80\ N$

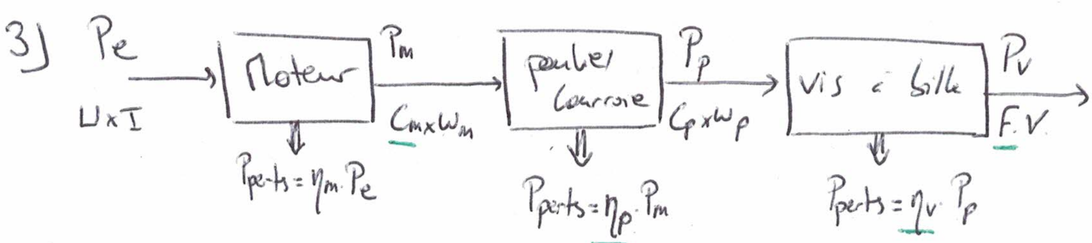
C- Puissance

1) La tige du vérin a un mouvement de translation par rapport au corps. On néglige la rotation du corps par rapport au bâti ($\dot{\alpha} = 0$), donc $P_v = F.V = X_{23} \cdot \dot{x}$

AN : $P_v = 80 \times 0,5 = 40\ W$

2) Le rendement de l'ensemble vaut $\eta = \eta_v \cdot \eta_r \cdot \eta_m = 0,73$.
donc $P_e = P_v / \eta = 40 / 0,73 = 55\ W$

3)



vis à bille : $C_p = F \times \dfrac{p}{2\pi} \times \dfrac{1}{\eta_v}$

poulie-courroie : $C_m = \dfrac{C_p}{i} \times \dfrac{1}{\eta_p}$ $\Rightarrow \boxed{C_m = \dfrac{p}{i \times 2\pi} \times F \times \dfrac{1}{\eta_v \cdot \eta_p}}$

AN : $\boxed{C_m = 0,019\ Nm}$