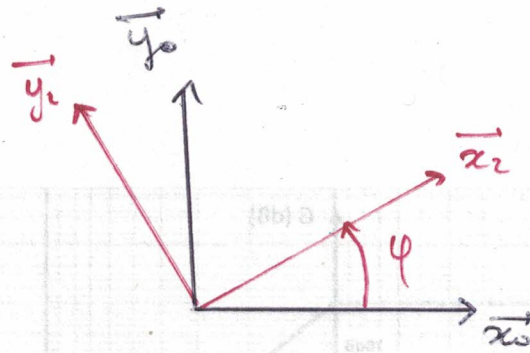
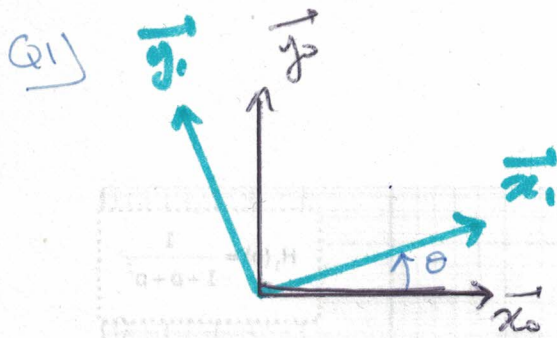


DN - Banc d'essai hydraulique

1



Q2)

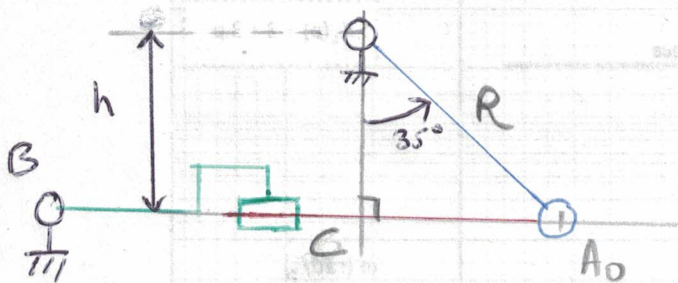
$$\begin{cases} \vec{x}_1 = \cos \theta \vec{x}_0 + \sin \theta \vec{y}_0 \\ \vec{y}_1 = \cos \theta \vec{y}_0 - \sin \theta \vec{x}_0 \\ \vec{z}_1 = \vec{z}_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{x}_2 = \cos \varphi \vec{x}_0 + \sin \varphi \vec{y}_0 \\ \vec{y}_2 = \cos \varphi \vec{y}_0 - \sin \varphi \vec{x}_0 \\ \vec{z}_2 = \vec{z}_0 \end{cases}$$

Q3) A en A0: $\varphi = 0$
 $\theta = +35^\circ$

A en A1: $\varphi = 0$
 $\theta = -35^\circ$

Q4) Quand A est en A0, OA0C est un triangle rectangle:



On en déduit que $h = R \cdot \cos(35^\circ)$

AN: $h = 327,7 \text{ mm}$

Q5) Fermeture de chaîne: $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0}$
 $-R\vec{y}_1 - x\vec{x}_2 + h\vec{y}_0 + d\vec{x}_0 = \vec{0}$

on projette sur $\vec{x}_0$: $\begin{cases} R \sin \theta - x \cos \varphi + d = 0 & (1) \\ -R \cos \theta - x \sin \varphi + h = 0 & (2) \end{cases}$

Q6) Ici, on n'a pas besoin d'éliminer φ puisque en A0 et A1, on a $\varphi = 0$. On peut donc utiliser directement l'équation (1).

A en A₀: $R \sin(+35^\circ) - x_0 + d = 0$

Ans: $x_0 = d + R \sin(35^\circ) \approx \underline{967,4 \text{ mm}}$

A en A₁: $R \sin(-35^\circ) - x_1 + d = 0$

Ans: $x_1 = d - R \sin(35^\circ) \approx \underline{502,6 \text{ mm}}$

La course est $C = x_0 - x_1 = \underline{458,8 \text{ mm}}$

Rmq: On retrouve que la course vaut $C = 2R \sin(35^\circ)$ car sur la figure de Q4, la distance CA₀ vaut $R \sin(35^\circ)$

Q7 Quand θ vaut 0, φ n'est pas nul. Il faut donc éliminer φ des équations de Q5:

$$\begin{cases} x \cos \varphi = R \sin \theta + d & (3) \\ x \sin \varphi = -R \cos \theta + h & (4) \end{cases}$$

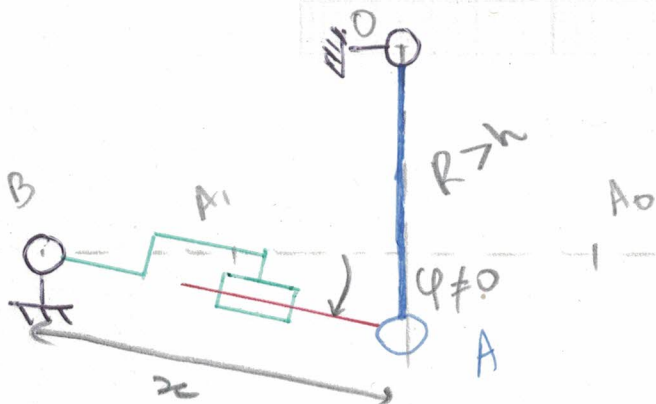
on fait $(3)^2 + (4)^2$:

$$x^2 = (R \sin \theta + d)^2 + (h - R \cos \theta)^2$$

Ans par $\theta=0$: $x = \sqrt{d^2 + (h-R)^2}$

$x \approx \underline{735,56 \text{ mm}}$

⚠ Ici x par $\theta=0$ n'est pas au milieu de la course car φ n'est pas nul! Le milieu est à $\frac{x_0+x_1}{2} \approx 732 \text{ mm}$.



Q8)

3/0: notation $(B, \vec{z}_0)$

$$\{V_{B/3/0}\} = \begin{cases} \vec{\Omega}_{3/0} = \dot{\varphi} \vec{z}_0 \\ \vec{V}_{B \in 3/0} = \vec{0} \end{cases} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\varphi} & 0 \end{pmatrix}_{B_0} \quad (3)$$

1/0: notation $(O, \vec{z}_0)$

$$\{V_{O/1/0}\} = \begin{cases} \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \vec{z}_0 \\ \vec{V}_{O \in 1/0} = \vec{0} \end{cases} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\theta} & 0 \end{pmatrix}_{B_0}$$

2/3: on suppose que la liaison 2/3 est une glissière (mouvement plan dans translation de direction $\vec{x}_2$).

$$\{V_{2/3}\} = \begin{cases} \vec{\Omega}_{2/3} = \vec{0} \\ \vec{V}_{B \in 2/3} = \dot{x} \vec{x}_2 \end{cases} = \begin{pmatrix} 0 & \dot{x} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{B_2}$$

Q9)

Composition en B:

$$\vec{V}_{B \in 2/0} = \vec{V}_{B \in 2/3} + \vec{V}_{B \in 3/0}$$

$$= \dot{x} \vec{x}_2 + \vec{0} = \dot{x} \vec{x}_2$$

Q10)

Changement de point en A:

$$\vec{V}_{A \in 2/0} = \vec{V}_{B \in 2/0} + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{2/0}$$

$$\text{or } \vec{\Omega}_{2/0} = \vec{\Omega}_{2/3} + \vec{\Omega}_{3/0} = \dot{\varphi} \vec{z}_0 \text{ car } \vec{\Omega}_{2/3} \text{ est nul.}$$

$$\begin{aligned} \text{d'où } \vec{V}_{A \in 2/0} &= \dot{x} \vec{x}_2 + (-x \vec{x}_2) \wedge \dot{\varphi} \vec{z}_0 \\ &= \dot{x} \vec{x}_2 - x \dot{\varphi} (\vec{x}_2 \wedge \vec{z}_0) \quad \vec{z}_0 = \vec{z}_2 \\ &= \dot{x} \vec{x}_2 + x \dot{\varphi} \vec{y}_2 \end{aligned}$$

Q11)

$$\vec{V}_{A \in 1/0} = \vec{V}_{O \in 1/0} + \vec{AO} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} \quad \text{or } \vec{V}_{O \in 1/0} \text{ est nul (Q8)}$$

$$\text{donc } \vec{V}_{A \in 1/0} = R \vec{y}_1 \wedge \dot{\theta} \vec{z}_0 \quad \vec{z}_0 = \vec{z}_1 = R \dot{\theta} \vec{y}_1 \wedge \vec{z}_1 = R \dot{\theta} \vec{x}_1$$

Q12)

En A, on trouve les solides 1 et 2, on écrit donc la composition suivante

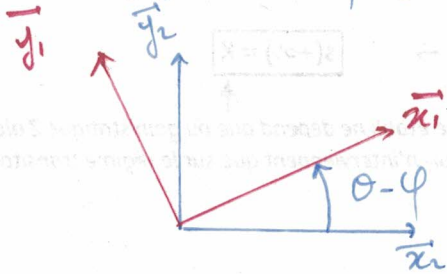
$$\vec{V}_{A \in 2/0} = \vec{V}_{A \in 2/1} + \vec{V}_{A \in 1/0} \quad \text{or } \vec{V}_{A \in 2/1} \text{ est nulle car on a une liaison pivot d'axe } (A, \vec{z}_1)$$

d'où $\underline{\vec{V}_{A \in I_0} = \vec{V}_{A \in I_0} = R \dot{\theta} \vec{x}_1}$

On a donc deux expressions de $\vec{V}_{A \in I_0}$ que l'on peut égaler:

$R \dot{\theta} \vec{x}_1 = \dot{x} \vec{x}_2 + x \dot{\varphi} \vec{y}_2$ (5)

Q13) Par projection cette équation sur $\vec{x}_2$, on a besoin de la figure de projection de la base 1 dans 2:



or $(\vec{x}_2, \vec{x}_1) = (\vec{x}_2, \vec{x}_0) + (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$
 $= -(\vec{x}_0, \vec{x}_2) + (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$
 $= -\varphi + \theta$
 $= \theta - \varphi$

donc $\vec{x}_1 = \cos(\theta - \varphi) \vec{x}_2 + \sin(\theta - \varphi) \vec{y}_2$

et si l'on projette (5) sur $\vec{x}_2$, on aura:

$R \dot{\theta} \cos(\theta - \varphi) = \dot{x}$

Q14) Par la figure 6-C, A est en A₀ donc $\theta = 35^\circ$ et $\varphi = 0$,

soit $R \dot{\theta} \cos \theta = \dot{x} \Leftrightarrow \dot{\theta} = \frac{\dot{x}}{R \cos(35^\circ)}$

$\dot{\theta} \approx \frac{50}{327,7} \approx 0,15 \text{ rad.s}^{-1}$