## C- Etude cinématique

**C-1**

Fermeture de la chaîne 3-4-6 :

$\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{FE}=\vec{0}$.

$(a-b)\overrightarrow{U3}+b.\overrightarrow{U4}-\lambda.\overrightarrow{U6}=\vec{0}$ et $\left|\begin{array}{l}(a-b)\cos\alpha-b\cos\alpha-\lambda\cos\beta=0\\(a-b)\sin\alpha+b\sin\alpha-\lambda\sin\beta=0\end{array}\right.$.

On élimine $\beta$ :

$(\lambda\cos\beta)^2+(\lambda\sin\beta)^2=[(a-b)\cos\alpha-b\cos\alpha]^2+[(a-b)\sin\alpha+b\sin\alpha]^2$.

$\lambda^2=(a-b)^2+b^2-2b(a-b)\cos^2\alpha+2b(a-b)\sin^2\alpha$.

$\lambda^2=(a-b)^2+b^2-2b(a-b)\cos^2\alpha+2b(a-b)(1-\cos^2\alpha)$.

$\lambda^2=(a-b)^2+b^2-4b(a-b)\cos^2\alpha+2b(a-b)$.

$\lambda^2=a^2-4b(a-b)\cos^2\alpha$.

$\cos^2\alpha=\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}$.

$\lambda<a$ et $b<a$ donc $\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}>0$ et $\cos\alpha=\sqrt{\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}}$.

Enfin, $\boxed{\alpha=Arc\cos\left(\sqrt{\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}}\right)}$.

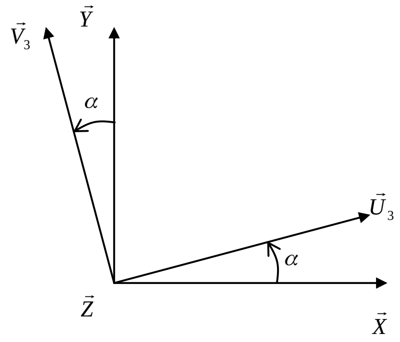
**C-2**

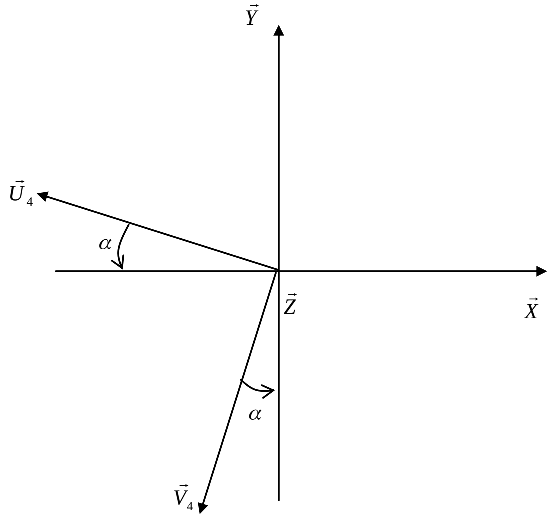
$$\dot{\alpha}=-\frac{\left(\sqrt{\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}}\right)'}{\sqrt{1-\left(\sqrt{\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}}\right)^2}}=-\frac{\dfrac{1}{2}\dfrac{\left(\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}\right)'}{\sqrt{\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}}}}{\sqrt{1-\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}}}=-\frac{\lambda\dot{\lambda}}{4b(b-a)\sqrt{\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}}\sqrt{1-\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}}}.$$

On en déduit : $\dot{\alpha}=-\dfrac{\lambda\dot{\lambda}}{4b(b-a)\cos\alpha\sqrt{1-\cos^2\alpha}}=-\dfrac{\lambda\dot{\lambda}}{4b(b-a)\cos\alpha\sin\alpha}$ .

Et $\boxed{\dot{\alpha}=-\dfrac{\lambda\dot{\lambda}}{2b(b-a)\sin 2\alpha}}$.

**C-3**




Le mouvement de 2/1 est une translation rectiligne de direction $\vec{Y}$.

$\overrightarrow{AC} = a\left(\overrightarrow{U4}+\overrightarrow{U3}\right)$.

$$\overrightarrow{V_{C,2/1}} = \left[\frac{d\left(a\left(\overrightarrow{U4}+\overrightarrow{U3}\right)\right)}{dt}\right]_1 = a\left(\dot{\alpha}\vec{Z}\wedge\overrightarrow{U3}-\dot{\alpha}\vec{Z}\wedge\overrightarrow{U4}\right) = a\dot{\alpha}(\overrightarrow{V3}-\overrightarrow{V4}) = 2a\dot{\alpha}\cos\alpha.\vec{Y}.$$

Le champs des vecteurs vitesse est uniforme et $\boxed{\overrightarrow{V_{2/1}} = 2a\dot{\alpha}\cos\alpha.\vec{Y}}$.

**C-4**

$\overrightarrow{V_{B,2/1}} = \overrightarrow{V_{C,2/1}} = 2a\dot{\alpha}\cos\alpha.\vec{Y}$.

$\overrightarrow{V_{B,3/2}} = \overrightarrow{V_{B,3/1}} - \overrightarrow{V_{B,2/1}} = \overrightarrow{V_{A,3/1}} + \overrightarrow{\Omega_{3/1}} \wedge \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{V_{B,2/1}}$.

$\overrightarrow{V_{B,3/2}} = \dot{\alpha}\vec{Z}\wedge 2a\overrightarrow{U3} - 2a\dot{\alpha}\cos\alpha\vec{Y} = 2a\dot{\alpha}\overrightarrow{V3} - 2a\dot{\alpha}\cos\alpha\vec{Y}$.

$\boxed{\overrightarrow{V_{B,3/2}} = -2a\dot{\alpha}\sin\alpha\vec{X}}$.

**C-5**

En supposant qu'il y ait non glissement en I en le plateau 2 et le galet 5, $\overrightarrow{V_{I,5/2}} = \vec{0}$.

On en déduit $\overrightarrow{V_{I,5/3}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} = \overrightarrow{V_{I,2/1}} - \overrightarrow{V_{I,3/1}}$.

Le mouvement de 2/1 est une translation donc $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{C,2/1}} = 2a\dot{\alpha}\cos\alpha.\vec{Y}$.

$\overrightarrow{V_{I,5/3}} = 2a\dot{\alpha}\cos\alpha.\vec{Y} - \overrightarrow{V_{B,3/1}} - \overrightarrow{\Omega_{3/1}} \wedge \overrightarrow{BI}$.

$\overrightarrow{V_{I,5/3}} = 2a\dot{\alpha}\cos\alpha.\vec{Y} - 2a\dot{\alpha}\overrightarrow{V3} - \dot{\alpha}\vec{Z}\wedge R\vec{Y} = (2a\sin\alpha + R)\dot{\alpha}.\vec{X}$.

La liaison 5/3 est un pivot d'axe $(B,\vec{Z})$, donc $\overrightarrow{V_{B,5/3}} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{V_{I,5/3}} + \overrightarrow{\Omega_{5/3}} \wedge \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

$(2a\sin\alpha + R)\dot{\alpha}\vec{X} = \overrightarrow{\Omega_{5/3}} \wedge R.\vec{Y}$.

On en conclue : $\boxed{\overrightarrow{\Omega_{5/3}} = -\frac{(2a\sin\alpha + R)\dot{\alpha}}{R}\vec{Z}}$.

**C-6**

D'après la question C-1, $\lambda^2 = a^2 - 4b(a-b)\cos^2\alpha$.

$\lambda_{\max} = \sqrt{a^2 - 4b(a-b)\cos^2\alpha_{\max}}$ et $\lambda_{\min} = \sqrt{a^2 - 4b(a-b)\cos^2\alpha_{\min}}$.

$\boxed{Cu = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \sqrt{a^2 - 4b(a-b)\cos^2\alpha_{\max}} - \sqrt{a^2 - 4b(a-b)\cos^2\alpha_{\min}}}$.

**C-7**

$CB = 2a\cos\alpha$ . $\boxed{Lu = CB_{max} - CB_{min} = 2a(\cos\alpha_{min} - \cos\alpha_{max})}$.

**C-8**

$\dot{\lambda} = \dfrac{d\lambda}{dt} = cte$ donc $\lambda(t) = \dot{\lambda} \times t$ et $\boxed{tm = \dfrac{Cu}{\dot{\lambda}}}$.

**C-9**

$q = \dot{\lambda} \times S$ et $\boxed{\dot{\lambda} = \dfrac{q}{S}}$.

L'automaticien peut agir sur le débit d'huile pour régler la vitesse.
En général, on préfère limiter le débit à l'échappement car la pression relative est faible.

## D- Etude statique

**D-1**

On isole le galet 5 : il est soumis à l'action de deux glisseurs $\overrightarrow{I_{2\to5}}$ et $\overrightarrow{B_{3\to5}}$ portés par (IB) ou $(I,\vec{Y})$.

On isole le plateau 2 : il est soumis à l'action de trois glisseurs $\overrightarrow{I_{5\to2}}$ , $\vec{P}$ et $\overrightarrow{C_{4\to2}}$ dont les supports ont pour direction $\vec{Y}$ .

On applique le théorème du moment statique en C suivant $\vec{Z}$ : $\left\|\overrightarrow{I_{5\to2}}\right\| \times 2a\cos\alpha - P \times l = 0$.

On en déduit : $\left\|\overrightarrow{I_{5\to2}}\right\| = \dfrac{P \times l}{2a\cos\alpha}$ et $\boxed{\overrightarrow{I_{5\to2}} = \dfrac{P \times l}{2a\cos\alpha}\vec{Y}}$.

On applique le théorème de la résultante statique suivant $\vec{Y}$ :

$\left\|\overrightarrow{I_{5\to2}}\right\| - P + \overline{C_{4\to5}} = 0$ , $\overline{C_{4\to5}} = P - \dfrac{P \times l}{2a\cos\alpha}$ et $\boxed{\overrightarrow{C_{4\to5}} = P\left(1 - \dfrac{l}{2a\cos\alpha}\right)\vec{Y}}$.

*Remarque : si* $L > 2a\cos\alpha$ *alors* $\overline{C_{4\to5}} < 0$ *; si* $L < 2a\cos\alpha$ *alors* $\overline{C_{4\to5}} > 0$.

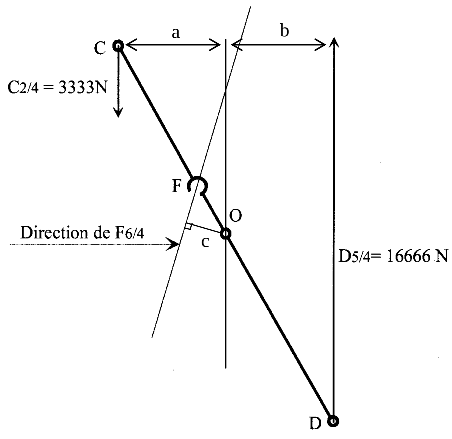
**D-2**

On isole bras 4 : il est soumis à l'action de quatre glisseurs $\overrightarrow{C_{2\to4}}$ , $\overrightarrow{O_{3\to4}}$ , $\overrightarrow{F_{6\to4}}$ et $\overrightarrow{D_{5\to4}}$ .

On applique le théorème du moment statique en O, suivant $\vec{Z}$ :

$C_{2/4} \times a + D_{5/4} \times b = F_{6/4} \times c$ où a=b=250 mm et c=95 mm.

$\boxed{F_{6/4} = \dfrac{C_{2/4} \times a + D_{5/4} \times b}{c} = 52630\ N}$ dirigée vers le haut.




**D-3**

$\boxed{p = \dfrac{4\left\|\overrightarrow{F_{6\to4}}\right\|}{\pi D^2}}$.

**D-4**

Si $\alpha$ est nul, la direction de $\overrightarrow{F_{6\to4}}$ est de direction $\vec{X}$ de même que $\overrightarrow{FO}$. La norme du moment $\overrightarrow{M_{O\left(\overrightarrow{F_{6\to4}}\right)}}$ est alors nulle. Il ne peut y avoir d'équilibre étant donné que $\overrightarrow{M_{O\left(\overrightarrow{C_{2\to4}}\right)}}+\overrightarrow{M_{O\left(\overrightarrow{D_{5\to4}}\right)}}\neq 0$.