TD1 Cinématique Ex 3

Scie sauteuse

1°) * $N_{10} = 3000$ tr/min donc $\underline{\omega_{10}} = \frac{\pi . N_{10}}{30} \simeq \underline{300 \text{ rad}\cdot s^{-1}}$.

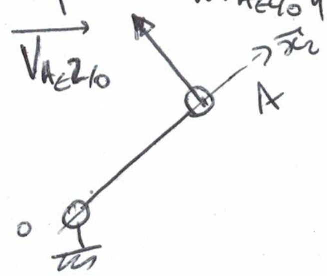
En valeur absolue $\left|\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}\right| = \frac{1}{i} = \frac{1}{6}$ ⚠ $|\omega_{2/0}| < |\omega_{10}|$

soit $\underline{\omega_{20}} = \frac{300}{6} = \underline{50 \text{ rad}\cdot s^{-1}}$

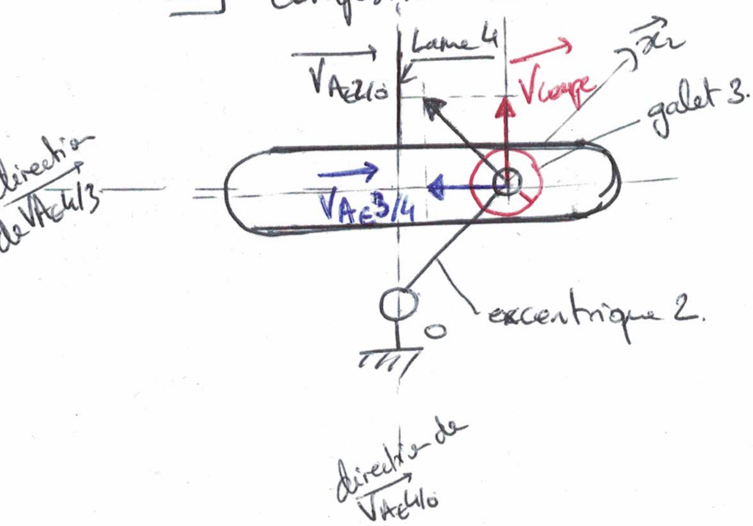
* 2/0 est une rotation d'axe $(O, \vec{z_0})$, soit

$\underline{\overrightarrow{V_{A\in 2/0}}} = \overrightarrow{V_{O\in 2/0}} + \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}} = -OA\,\vec{x_2} \wedge \omega_{20}\vec{z_0} = \underline{OA.\omega_{20}\,\vec{y_2}}$

Application numérique : $\|\overrightarrow{V_{A\in 2/0}}\| = 20 \times 50 = 1000$ mm/s $= 1$ m/s.



2°) Composition des vitesses en A : $\overrightarrow{V_{A\in 4/0}} = \overrightarrow{V_{A\in 4/3}} + \overrightarrow{V_{A\in 3/2}} + \overrightarrow{V_{A\in 2/0}}$



* Le galet 3 coulisse dans la rainure de 4 donc $\overrightarrow{V_{A\in 4/3}}$ est dirigée selon $\vec{x_0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{V_{A\in 4/3}} = V.\vec{x_0}$

* $\overrightarrow{V_{A\in 4/0}}$ est dirigée selon $\vec{y_0}$, soit

$\overrightarrow{V_{A\in 4/0}} = V_{coupe}.\vec{y_0}$

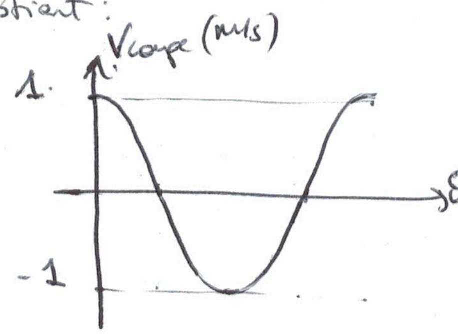
* 3/2 est une rotation d'axe $(A, \vec{z_0})$

donc $\overrightarrow{V_{A\in 3/2}} = \vec{0}$

soit : $\boxed{V_{coupe}.\vec{y_0} = V.\vec{x_0} + OA.\omega_{20}.\vec{y_2} \quad (1)}$

En projettant cette équation sur $\vec{y_0}$, on obtient :

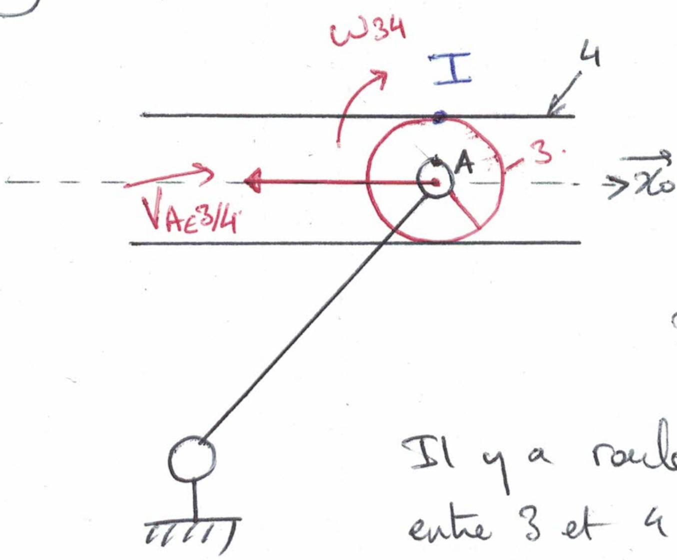
$$\boxed{V_{coupe} = OA \cdot \omega_{20} \cdot \cos(\theta_2)}$$



La vitesse maximale de coupe est

$$\boxed{V_{coupe} = OA\omega_{20} = 1 \text{ m.s}^{-1}}$$

3°)



En projettant (1) sur $\vec{x_0}$,

on a $0 = V - OA\omega_{20} \sin\theta_2$

donc $V = OA\omega_{20} \sin\theta_2$

Donc $\overrightarrow{V_{A\in 3/4}} = -\overrightarrow{V_{A\in 4/3}} = \underline{-OA\omega_{20} \sin\theta_2}$

Il y a roulement sans glissement en I entre 3 et 4 soit $\overrightarrow{V_{I\in 3/4}} = \vec{0}$

Le mouvement 3/4 est donc une rotation autour de $(I, \vec{z_0})$

$$\overrightarrow{V_{A\in 3/4}} = \cancel{\overrightarrow{V_{I\in 3/4}}} + \overrightarrow{AI} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/4}} = + r_3 \vec{y_0} \wedge \omega_{34} \vec{z_0} = \underline{+ r_3 \omega_{34} \vec{x_0}}$$

En égalisant les deux expressions de $\overrightarrow{V_{A\in 3/4}}$, on obtient :

$$r_3 \cdot \omega_{34} = -OA\omega_{20} \sin\theta_2 \Rightarrow \boxed{\omega_{34} = -\frac{OA}{r_3} \cdot \omega_{20} \cdot \sin\theta_2}$$

Rmq : ω_{34} est bien négatif dans la position représentée sur le schéma (θ_2>

Valeur maximale : $\omega_{34} = \frac{20 \times 50}{5} = 200 \text{ rad.s}^{-1} \simeq \underline{2000 \text{ tr.min}^{-1}}$

* Par composition $\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \overrightarrow{\Omega_{3/4}} + \underbrace{\cancel{\overrightarrow{\Omega_{4/0}}}}_{\text{translation}} + \overrightarrow{\Omega_{0/2}}$

$$\omega_{32} \vec{z_0} = \omega_{34} \cdot \vec{z_0} - \omega_{20} \vec{z_0}$$

d'où $\boxed{\omega_{32} = \omega_{34} - \omega_{20}}$