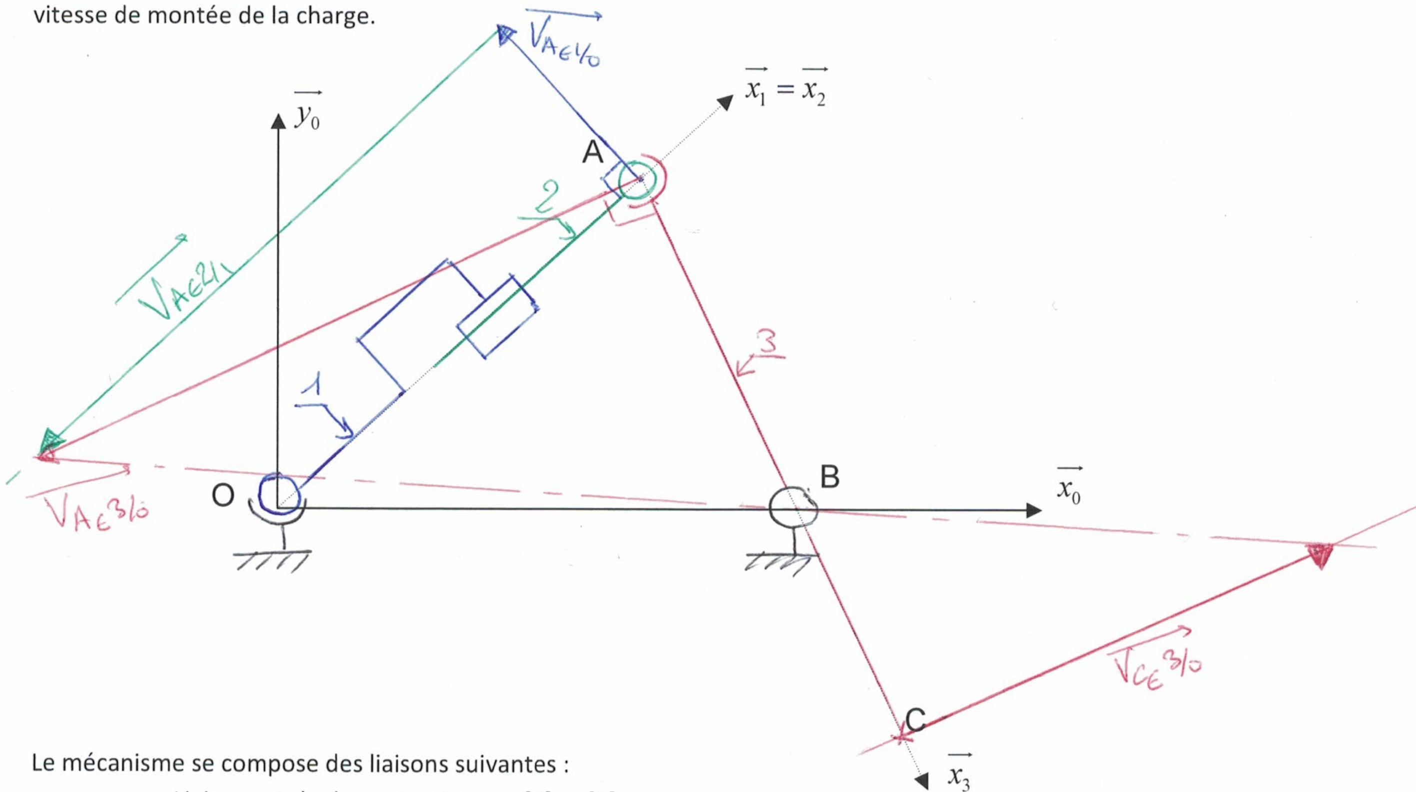
Mécanisme de levage

Le schéma ci-dessous représente un dispositif de levage constitué :

- du vérin de corps (1) et de tige (2),
- du levier (3),
- du bâti (0).

La charge se situe au point C, l'objectif est de déterminer la loi liant la vitesse de rentrée de tige du vérin et la vitesse de montée de la charge.



Le mécanisme se compose des liaisons suivantes :

- Liaison rotule de centre O entre [**0**] et [**1**].
- Liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{z_0})$ entre [**0**] et [**3**].
- Liaison rotule de centre A entre [**2**] et [**3**].
- Liaison pivot glissant d'axe $(O, \overrightarrow{x_1})$ entre [**1**] et [**2**].

On définit les paramètres angulaires suivants : $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1})$ et $\beta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_3})$

ainsi que les distances suivantes : $\overrightarrow{OA} = x.\overrightarrow{x_1}$; $\overrightarrow{AB} = a.\overrightarrow{x_3}$; $\overrightarrow{OB} = b.\overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{BC} = c.\overrightarrow{x_3}$

Travail demandé :

Q1) Réaliser le schéma cinématique sur l'épure ci-dessus. Utiliser une couleur différente par classe d'équivalence.

Q2) Donner pour chaque liaison le torseur cinématique au point de votre choix dans l'hypothèse d'une modélisation plane de normale $\overrightarrow{z_0}$.

Q3) Déterminer $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$ en fonction de $\dot{\alpha}$ et $\overrightarrow{V_{A\in 3/0}}$ en fonction de $\dot{\beta}$.

Q4) Ecrire la composition des mouvement au point A, en déduire une équation liant $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$ et une équation liant $\dot{x}$ et $\dot{\beta}$.

Q5) En déduire l'expression de $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}}$ en fonction de $\dot{x}$.

Levage - Corrigé

Q2)

- $0/1$: $\{\mathcal{V}_{1/0}\} = {}_{O}\left\{\begin{matrix} \cancel{\omega_{x10}} & 0 \\ \cancel{\omega_{y10}} & 0 \\ \omega_{z10} & \cancel{0} \end{matrix}\right\}_{R_0} = {}_{O}\left\{\begin{matrix} \emptyset & 0 \\ \emptyset & 0 \\ \omega_{10} & 0 \end{matrix}\right\}_{R_0}$

avec $\underline{\omega_{10} = \dot{\alpha}}$

- $3/0$: $\{\mathcal{V}_{3/0}\} = {}_{B}\left\{\begin{matrix} \emptyset & 0 \\ \emptyset & 0 \\ \omega_{30} & \emptyset \end{matrix}\right\}_{R_0}$ avec $\underline{\omega_{30} = \dot{\beta}}$

- $2/1$: $\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_{O}\left\{\begin{matrix} \cancel{\omega_{21}} & V_{21} \\ \cancel{0} & 0 \\ 0 & \cancel{0} \end{matrix}\right\}_{R_1} = {}_{O}\left\{\begin{matrix} \emptyset & V_{21} \\ \emptyset & 0 \\ 0 & \emptyset \end{matrix}\right\}_{R_1}$ avec $\underline{V_{21} = \dot{x}}$

- $3/2$: $\{\mathcal{V}_{3/2}\} = {}_{A}\left\{\begin{matrix} \cancel{\omega_{x32}} & 0 \\ \cancel{\omega_{y32}} & 0 \\ \omega_{z32} & \cancel{0} \end{matrix}\right\}_{R_2} = \left\{\begin{matrix} \emptyset & 0 \\ \emptyset & 0 \\ \omega_{32} & \emptyset \end{matrix}\right\}_{R_2}$

Rmq : $\omega_{32} = \omega_{3/0} - \omega_{2/0} = \dot{\beta} - \dot{\alpha}$

Q3)

- $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}} = \cancel{\overrightarrow{V_{O\in 1/0}}} + \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$ avec $\overrightarrow{V_{O\in 1/0}} = \vec{0}$

$= -x\,\vec{x_1} \wedge \dot{\alpha}\,\vec{z_0}$ or $\vec{z_0} = \vec{z_1}$

$= -x\,\vec{x_1} \wedge \dot{\alpha}\,\vec{z_1}$

$$\boxed{\overrightarrow{V_{A\in 1/0}} = x\dot{\alpha}\,\vec{y_1}}$$

- $\overrightarrow{V_{A\in 3/0}} = \cancel{\overrightarrow{V_{B\in 3/0}}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/0}}$ avec $\overrightarrow{V_{B\in 3/0}} = \vec{0}$

$= a\,\vec{x_3} \wedge \dot{\beta}\,\vec{z_0}$ or $\vec{z_0} = \vec{z_3}$

$= a\,\vec{x_3} \wedge \dot{\beta}\,\vec{z_3}$

$$\boxed{\overrightarrow{V_{A\in 3/0}} = -a\dot{\beta}\,\vec{y_3}}$$

Q4) en A : $\underbrace{\overrightarrow{V_{A\in 3/0}}}_{\text{connue}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{A\in 3/2}}}_{\text{connue}} + \underbrace{\overrightarrow{V_{A\in 2/0}}}_{\text{inconnue}}$

et $\overrightarrow{V_{A\in 2/0}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{A\in 2/1}}}_{\text{connue}} + \underbrace{\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}}_{\text{connue}}$.

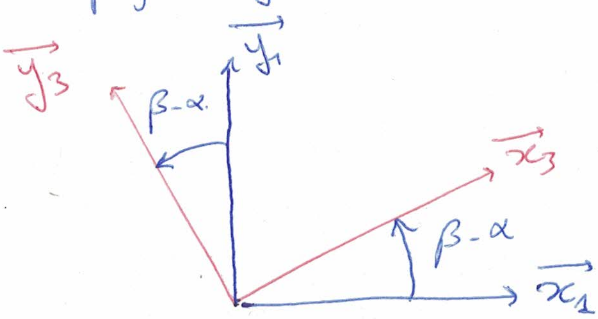
donc, on aurait pu écrire directement :

$$\overrightarrow{V_{A\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{A\in 3/2}} + \overrightarrow{V_{A\in 2/1}} + \overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$$

avec
* $\overrightarrow{V_{A\in 3/0}} = -a\dot{\beta}\,\overrightarrow{y_3}$
* $\overrightarrow{V_{A\in 3/2}} = \overrightarrow{0}$ car liaison rotule en A.
* $\overrightarrow{V_{A\in 2/1}} = \overrightarrow{V_{O\in 2/1}} = \dot{x}\,\overrightarrow{x_1}$ car 2/1 est une translation.
* $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}} = x\dot{\alpha}\,\overrightarrow{y_1}$

Finalement : $\boxed{-a\dot{\beta}\,\overrightarrow{y_3} = \dot{x}\,\overrightarrow{x_1} + x\dot{\alpha}\,\overrightarrow{y_1}}$ (1)

2 vecteurs étant déjà exprimés dans la base 1, on projette $\overrightarrow{y_3}$ dans B_1 :



avec $(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_3}) = (\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_0}) + (\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_3})$
$= -\alpha + \beta$
$= \beta - \alpha$

donc $\overrightarrow{y_3} = \cos(\beta-\alpha)\overrightarrow{y_1} - \sin(\beta-\alpha)\overrightarrow{x_1}$

On projette (1) sur $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$:

$$\boxed{\begin{cases} \text{sur } \overrightarrow{x_1} : & -a\dot{\beta}\cos(\beta-\alpha) = x\dot{\alpha} \\ \text{sur } \overrightarrow{y_1} : & a\dot{\beta}\sin(\beta-\alpha) = \dot{x} \end{cases}} \Rightarrow \dot{\beta} = \frac{\dot{x}}{a\sin(\beta-\alpha)}$$

Q5) $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}} = \cancel{\overrightarrow{V_{B\in 3/0}}} + \overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = -c\,\overrightarrow{x_3}\wedge\dot{\beta}\,\overrightarrow{z_3} = c\dot{\beta}\,\overrightarrow{y_3}$

donc $\boxed{\overrightarrow{V_{C\in 3/0}} = \dfrac{c}{a\sin(\beta-\alpha)}\,\dot{x}\,\overrightarrow{y_3}}$