Calcul

Ex 1 : voir calculatrice !

Ex 2 :

$R = 3\,mm = 3.10^{-3}\,m \Rightarrow V = \frac{4}{\cancel{3}}\,\overset{\pi \simeq 3}{\cancel{\pi}}.(3.10^{-3})^3 = 4 \times \overset{\simeq 30}{27}.10^{-9} = 120.10^{-9} = 1{,}2.10^{-7}\,m^3$

$R = 10\,mm \Rightarrow V = \frac{4}{\cancel{3}}\cancel{\pi}\,(10.10^{-3})^3 \simeq 4.10^{-6}\,m^3$

$R = 0{,}25\,mm = \frac{1}{4}\,mm \Rightarrow V = \frac{4}{\cancel{3}}\cancel{\pi}\left(\frac{1}{4}\right)^{\cancel{3}\,2} \simeq \frac{1}{4^2} \simeq \frac{1}{16} \simeq \underbrace{\frac{1}{0{,}16}}_{\simeq 6} \times \frac{1}{100} \simeq 6.10^{-2}\,mm^3$

car $\frac{1}{6} \simeq 0{,}16$

Ex 3 :

$$\frac{\overset{\simeq 20}{22} \times \pi \times 10^7}{60 \times 50^2} = \cancel{20} \times \underbrace{\cancel{\frac{\pi}{60}}}_{\frac{1}{20}} \times \frac{10^7}{2500} = \frac{1}{0{,}25} \times \frac{10^7}{10^4} \simeq 4.10^3 = 4000$$

Ex 4 :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

Ex 5 :

$\frac{6x}{\sqrt{x^2+4}} = 2 \Leftrightarrow 6x = 2\sqrt{x^2+4} \Leftrightarrow 36x^2 = 4(x^2+4)$

$\Leftrightarrow 32x^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2}$

Soit $\boxed{x = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

Ex 6 :

$u = \sqrt{t}$ $\qquad u' = -\frac{1}{\sqrt{t}} = -t^{-1/2}$

$v = \sin(\omega t + 2)$ $\qquad v' = \omega.\cos(\omega t + 2)$

donc $f'(t) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{t}}.\sin(\omega t+2) - \sqrt{t}.\omega.\cos(\omega t+2)}{\sin^2(\omega t+2)}$

Ex 7 :

- $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{3-1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

- $\frac{x}{2}+\frac{2}{x}=\frac{x^2}{2x}+\frac{4}{2x}=\frac{4+x^2}{2x}$

- $\frac{2}{p}-\frac{0{,}2}{1+0{,}1p}=\frac{2(1+0{,}1p)-0{,}2p}{p(1+0{,}1p)}=\frac{2}{p(1+0{,}1p)}$

- $\frac{\frac{1}{4}-\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}}=\frac{\frac{3-8}{12}}{5/6}=\frac{-5/12}{5/6}=-\frac{1}{2}$

- $\frac{1/p}{1+\frac{2}{1+3p}}=\frac{1/p}{\frac{1+3p+2p}{1+3p}}=\frac{1+3p}{p(1+5p)}$

même dénominateur
=> on multiplie "en haut" et "en bas" :

- $\frac{\frac{2}{\boxed{1+0{,}1p}}\cdot\frac{1}{\boxed{1+p}}}{1+\frac{3p}{\boxed{(1+0{,}1p)\cdot(1+p)}}}=\frac{2}{(1+0{,}1p)(1+p)+3p}$

$$=\frac{2}{1+4{,}1p+0{,}1p^2}$$

Ex 8 : $\boxed{u(t-\tau)}$ car pour $t=\tau \Rightarrow t-\tau=0 \Rightarrow$ front montant en $t=\tau$.

Ex 9 : • f et g ont même période $T=0{,}2\ s$

$\Rightarrow f=\frac{1}{T}=5\ Hz$

$\Rightarrow \omega=2\pi f\simeq 31{,}4\ rad/s$

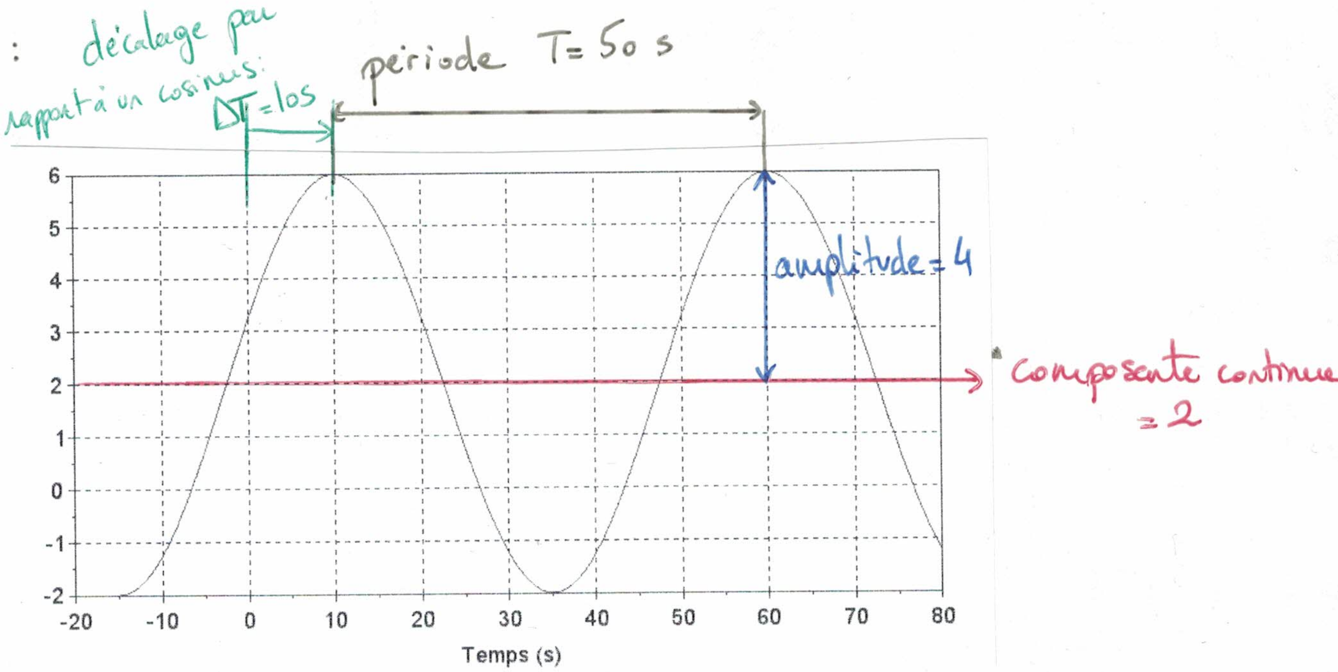
• g est retardée de $\Delta T=0{,}05\ s \Rightarrow \boxed{g(t)=f(t-\Delta T)}$

Soit $g(t)=5\cdot\sin\left(\omega(t-\Delta T)\right)=5\cdot\sin(\omega t-\omega\Delta T)$

On en déduit $\varphi = \omega \Delta T$ or avec $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\Rightarrow \boxed{\varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta T}{T}}$ AN : $\varphi = 2\pi \cdot \frac{0,05}{0,2} = \frac{\pi}{2} = 90°$

Ex 6 :



- composante continue = $\frac{max + min}{2} = \frac{6-2}{2} = 2$
- amplitude = max − continu $= 6 - 2 = 4$
- période : $T = 50\ s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \simeq 0,12\ rad/s$
- signal retardé de 10 s par rapport à un cosinus

$\Rightarrow \varphi = 2\pi \frac{\Delta T}{T} = 2\pi \times \frac{10}{50} = 1,25\ rad \simeq 72°$

Soit $\boxed{f(t) = 2 + 4\cos(\omega t - \varphi)}$