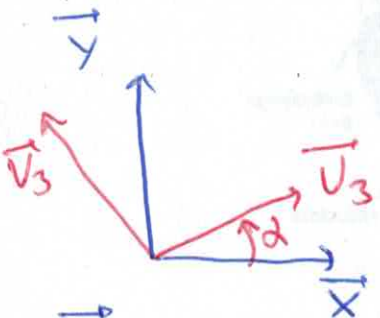
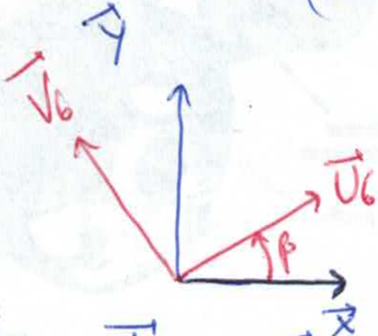
DS _ Paletiseur

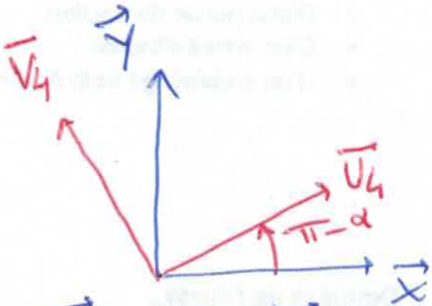
C1) Fermeture de chaîne :

$$\vec{EO} + \vec{OF} + \vec{FE} = \vec{0}$$

$$(a-b)\vec{U_3} + b\vec{U_4} - \lambda\vec{U_6} = \vec{0} \quad (1)$$







$\vec{U_3} = \cos\alpha\,\vec{X} + \sin\alpha\,\vec{Y}$ $\quad \vec{U_6} = \cos\beta\,\vec{X} + \sin\beta\,\vec{Y}$ $\quad \vec{U_4} = \cos(\pi-\alpha)\vec{X} + \sin(\pi-\alpha)\vec{Y}$

$$= -\cos\alpha\,\vec{X} + \sin\alpha\,\vec{Y}$$

On projette (1) sur $\vec{x}$: / sur $\vec{y}$:

$$\begin{cases} (a-b)\cos\alpha - b\cos\alpha - \lambda\cos\beta = 0 \\ (a-b)\sin\alpha + b\sin\alpha - \lambda\sin\beta = 0 \end{cases}$$

on élimine β :

$$\lambda^2 = \underbrace{\big((a-b)\cos\alpha - b\cos\alpha\big)^2}_{\left((a-2b)\cos\alpha\right)^2} + \underbrace{\big((a-b)\sin\alpha + b\sin\alpha\big)^2}_{(a\sin\alpha)^2}$$

$$= a^2 + \cos^2\alpha\,(-4ab + 4b^2)$$

$$= a^2 + \cos^2\alpha \times 4b(-a+b)$$

d'où $\cos^2\alpha = \dfrac{\lambda^2 - a^2}{4b(b-a)} \Rightarrow \boxed{\alpha = \arccos\left(\sqrt{\dfrac{\lambda^2-a^2}{4b(b-a)}}\right)}$

C2)

on dérive : $\dfrac{d}{dt}(\cos^2\alpha) = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\lambda^2 - a^2}{4b(b-a)}\right)$ car

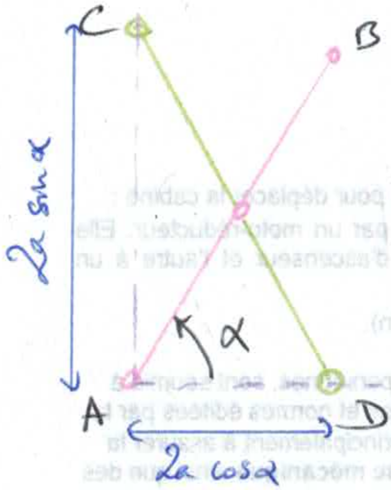
$\sin 2\alpha$

$$\Leftrightarrow -2\dot{\alpha}\sin\alpha\cos\alpha = \frac{2\cdot\lambda\dot{\lambda}}{4b(b-a)}$$

$$\Leftrightarrow -\dot{\alpha}\sin(2\alpha) = \frac{\lambda\dot{\lambda}}{2b(b-a)} \Leftrightarrow \boxed{\dot{\alpha} = -\frac{\lambda\cdot\dot{\lambda}}{2b(b-a)\sin 2\alpha}}$$

C3) ACBD est un parallélogramme, donc CB // AD. ②

Le mouvement 2/1 est donc une translation sur $\vec{y}$.



$$\overrightarrow{V_{C\in 2/1}} = \left(\frac{d}{dt} AC\right) \cdot \vec{Y}$$

or $AB = 2a$

et $AC = 2a\sin\alpha$

donc $\overrightarrow{V_{C\in 2/1}} = \frac{d}{dt}(2a\sin\alpha)\,\vec{Y}$

$$\boxed{\overrightarrow{V_{C\in 2/1}} = 2a\dot{\alpha}\cos\alpha\,\vec{Y}}$$

C4) composition en B : $\overrightarrow{V_{B\in 3/2}} = \overrightarrow{V_{B\in 3/1}} + \underbrace{\overrightarrow{V_{B\in 1/2}}}_{-\overrightarrow{V_{B\in 2/1}} = -\overrightarrow{V_{C\in 2/1}} = -2a\dot{\alpha}\cos\alpha}$

changement de point pour $\overrightarrow{V_{B\in 3/1}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{V_{A\in 3/1}}}}_{\vec{0} \text{ car } 3/1 \text{ pivot } (A,\vec{z})} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/1}}$

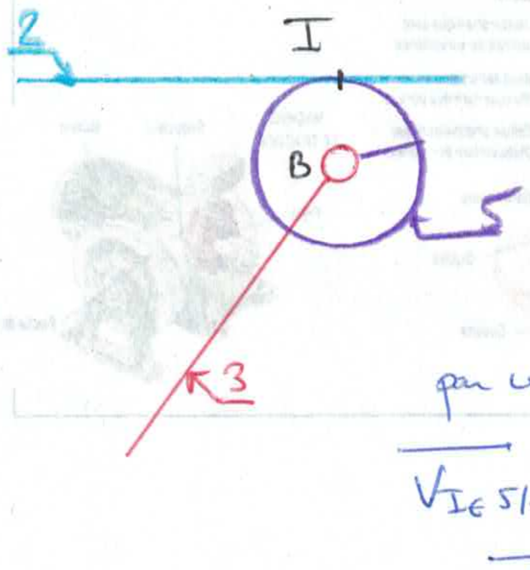
$$= -2a\vec{V_3} \wedge \dot{\alpha}\vec{Z} = +2a\dot{\alpha}\vec{V_3}$$

d'où $\overrightarrow{V_{B\in 3/2}} = +2a\dot{\alpha}\vec{V_3} - 2a\dot{\alpha}\cos\alpha\,\vec{Y}$

or $\vec{V_3} = \cos\alpha\,\vec{Y} - \sin\alpha\,\vec{X}$

donc $\boxed{\overrightarrow{V_{B\in 3/2}} = -2a\sin\alpha\,\vec{X}}$

C5)



Il y a roulement sans glissement en I entre 5 et 2 :

$$\overrightarrow{V_{I\in 5/2}} = \vec{0}$$

par composition en I :

$$\overrightarrow{V_{I\in 5/2}} = \overrightarrow{V_{I\in 5/3}} + \overrightarrow{V_{I\in 3/2}}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{V_{I\in 5/3}} = \overrightarrow{V_{I\in 2/3}}$$

Calcul de $\overrightarrow{V_{I\in 5/3}} = \cancel{\overrightarrow{V_{B\in 5/3}}} + \overrightarrow{IB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{5/3}}$

$\vec{0}$ car pivot $(B,\vec{z})$

$= -R\vec{Y} \wedge \omega_{53}\cdot\vec{z} = -R\omega_{53}\cdot\vec{X}$ (1)

Calcul de $\overrightarrow{V_{I\in 2/3}} = \overrightarrow{V_{I\in 2/1}} - \overrightarrow{V_{I\in 3/1}}$

avec $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = \overrightarrow{V_{C\in 2/1}} = 2a\dot{\alpha}\cos\alpha\,\vec{Y}$

et $\overrightarrow{V_{I\in 3/1}} = \overrightarrow{V_{B\in 3/1}} + \overrightarrow{IB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/1}}$

$= 2a\dot{\alpha}\vec{V_3} + (-R\vec{Y}) \wedge \dot{\alpha}\vec{z}$

voir C4

$= 2a\dot{\alpha}\vec{V_3} - R\dot{\alpha}\vec{X}$

d'où $\overrightarrow{V_{I\in 2/3}} = \underbrace{2a\dot{\alpha}\cos\alpha\vec{Y} - 2a\dot{\alpha}\vec{V_3}}_{2a\dot{\alpha}\sin\alpha\vec{X}} + R\dot{\alpha}\vec{X}$ (2)

$= (2a\sin\alpha + R)\dot{\alpha}\vec{X}$ (2)

On égalise (1) et (2) : $-R\omega_{53}\vec{X} = (2a\sin\alpha + R)\dot{\alpha}\vec{X}$

on projette sur $\vec{X}$: $\boxed{\omega_{53} = -\left(\dfrac{R + 2a\sin\alpha}{R}\cdot\dot{\alpha}\right)}$

Le vecteur taux de rotation vaut donc $\boxed{\overrightarrow{\Omega_{5/3}} = -\dfrac{R + 2a\sin\alpha}{R}\dot{\alpha}\vec{z}}$

C6) Les valeurs ne sont pas données ici, on donne donc l'expression littérale :

d'après C1), $\lambda^2 = a^2 + \cos^2\alpha\,(4b(b-a))$

et $C_u = \lambda_{max} - \lambda_{min}$

$$\boxed{C_u = \sqrt{a^2 + (\cos^2\alpha_{max}) \times 4b(b-a)} - \sqrt{a^2 + (\cos^2\alpha_{min}) \times 4b(b-a)}}$$

C7) La longueur de la bande de roulement des galets correspond à l'amplitude de variation de CB :

$$L_u = CB_{max} - CB_{min} \quad \text{or} \quad CB = +2a\cos\alpha$$

$$\boxed{L_u = 2a \times \left|\left(\cos\alpha_{max} - \cos\alpha_{min}\right)\right|}$$

Rmq : Il faut mettre une valeur absolue à L_u car la fonction cosinus décroit de 0 à $\pi/2$ ...

C8) A vitesse constante : $\dot\lambda = \dfrac{C_u}{t_m}$ donc $\boxed{t_m = \dfrac{C_u}{\dot\lambda}}$

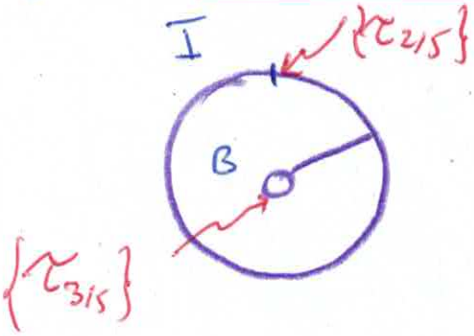
C9) débit = vitesse × section $\Leftrightarrow$ $q = \dot\lambda \times S$.

d'où $\boxed{\dot\lambda = \dfrac{q}{S}}$

S étant fixé (le vérin a été choisi..) on ne peut agir que sur le débit d'huile pour moduler la vitesse $\dot\lambda$

D. Etude statique

D1) On isole le galet 5 :



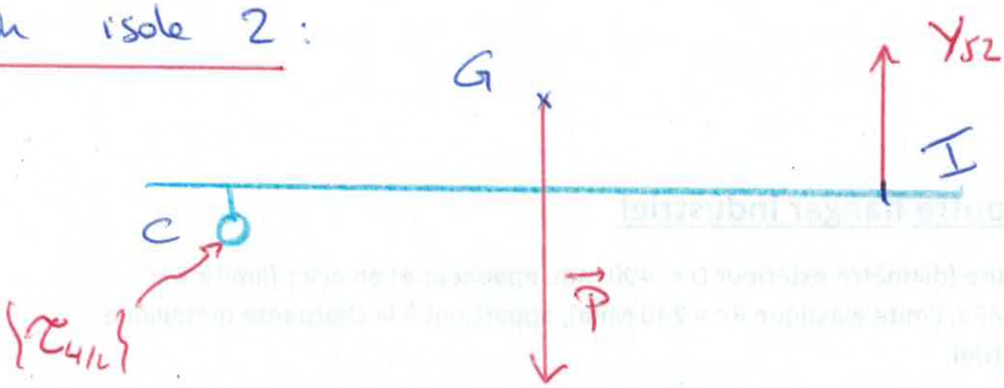
BAME : $\{\tau_{3/5}\} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{35} & \emptyset \\ Y_{35} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}$; $\{\tau_{2/5}\} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & \emptyset \\ Y_{25} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}$

5 est soumis à deux torseurs glisseurs, donc les action $\overrightarrow{F_{2/5}}$ et $\overrightarrow{F_{3/5}}$ sont opposées, et dirigées par $(\overrightarrow{IB})$, donc sur $\vec{Y}$.

On en déduit : $\{\tau_{3/5}\} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & \emptyset \\ -Y_{25} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}$ et $\{\tau_{2/5}\} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & \emptyset \\ Y_{25} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{Bmatrix}$

Rmq : Cet isolement n'a pas été très utile ici, car le torseur $\{\tau_{2/5}\}$ avait déjà la bonne forme...

On isole 2 :



BAME : $* \{\tau_{5/2}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & \emptyset \\ Y_{52} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_{I,\,B_0}$ on pose $Y_{52} > 0$ car le galet exerce un effort positif sur 2.

$* \{\tau_{pes \to 2}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & \emptyset \\ -P & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_{G,\,B_0}$ $\quad * \{\tau_{4/2}\} = \left\{\begin{matrix} X_{42} & \emptyset \\ Y_{42} & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{matrix}\right\}_{C,\,B_0}$

TRS sur $\vec{x}$: $\begin{cases} X_{42} = 0 \\ Y_{52} - P + Y_{42} = 0 \quad (1) \end{cases}$
sur $\vec{y}$:

Changement de point en C :

$* \overrightarrow{\Pi_{C,\,ps/2}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{\Pi_{G,\,ps/2}}}}_{\vec{0}} + \underbrace{\overrightarrow{CG}}_{\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AG}} \wedge \vec{P} = \begin{vmatrix} \ell \\ h - 2e\sin\alpha \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\ell P \end{vmatrix}_{B_0}.$

$* \overrightarrow{\Pi_{C,\,5/2}} = \underbrace{\cancel{\overrightarrow{\Pi_{I,\,5/2}}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{CI} \wedge \overrightarrow{F_{5/2}} = \begin{vmatrix} 2a\cos\alpha \\ y \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{52} \\ 0 \end{vmatrix}_{B_0} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 2a\cos\alpha\, Y_{52} \end{vmatrix}_{B_0}$

inconnue.

TMS en C sur $\vec{z}$: $-\ell P + 2a\cos\alpha\, Y_{52} = 0$

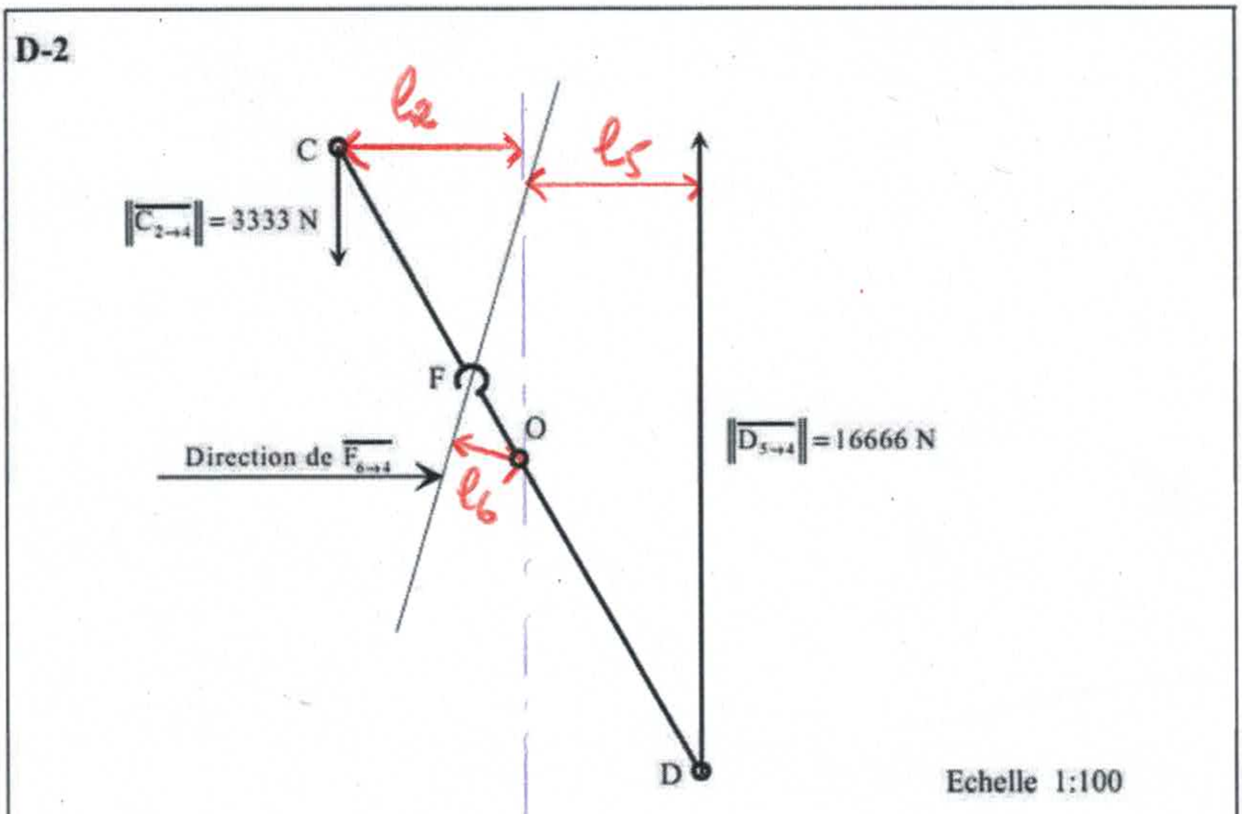
$\Leftrightarrow \boxed{Y_{52} = \dfrac{\ell}{2a\cos\alpha} P} \Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{I_{52}} = \dfrac{\ell}{2a\cos\alpha} P \cdot \vec{y}}$

On déduit de (1) : $Y_{42} = P - Y_{52} = P\left(1 - \dfrac{\ell}{2a\cos\alpha}\right)$

$\Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{C_{42}} = P\left(1 - \dfrac{\ell}{2a\cos\alpha}\right)\vec{y}}$

Document réponse à la question D2 :

Nom : ………………….. Prénom : ……………………….



On écrit l'équation de moment en O sur $\vec{z}$:

$$+\underbrace{l_2 \cdot C_{2/4}}_{>0} + \underbrace{l_5 \times D_{5/4}}_{>0} - \underbrace{l_6 \times F_{6/4}} = 0$$

ce terme doit donc être négatif, de $\overrightarrow{F_{6/4}}$ dirigée vers le haut.

on mesure $l_2 = 250$ mm $l_5 = 230$ mm $l_6 = 90$ mm

d'où $\boxed{F_{6/4} = \dfrac{l_2 C_{2/4} + l_5 D_{5/4}}{l_6}} \simeq 51850$ N

D3) $\boxed{P = \dfrac{F_{6/4}}{\pi \cdot \frac{D^2}{4}}}$

D4) Si $\alpha = 0$, le vérin est à l'horizontale donc $F_{6/4}$ aussi. Il n'y a donc pas de moment induit en O. Or les actions en C et D restent verticales, avec des moments induits en O. La somme des moments ne peut donc être nulle, il n'y a plus d'équilibre.