# ATS 2016 - Palettisation



**Q1)** $T_i = 2{,}5 + t_i + 2{,}5 + t_i$ donc $\boxed{T_i = 5 + 2t_i}$

**Q2)** Temps de formation d'une couche

$$\boxed{T_{couche}} = \sum_{i=1}^{5} T_i = \sum_{i=1}^{5}(5+2t_i) = 25 + 2\sum_{i=1}^{5} t_i$$

**Q3)** Le temps pour constituer une palette (12 couches) est de 8 min, donc $12\,T_{couche} = 8 \times 60$

$$\Leftrightarrow \quad T_{couche} = \frac{8 \times 60}{12} = 40$$

$$\Leftrightarrow \quad 25 + 2\sum_{i=1}^{5} t_i = 40 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\sum_{i=1}^{5} t_i = 7{,}5\ s}$$

**Q4)** * Le déplacement $x_i$ correspond à l'aire sous la courbe de vitesse :

$$x_i = \frac{V \cdot \tau_1}{2} + V \cdot (\tau_2 - \tau_1) + \frac{V(t_i - \tau_2)}{2}$$

$$x_i = \frac{V \cdot \Delta t_{acc}}{2} + V(t_i - \Delta t_{acc}) + \frac{V \cdot \Delta t_{acc}}{2}$$

$$\boxed{x_i = V(t_i - \Delta t_{acc})}$$

* $\Delta t_{acc} \times a = V \Leftrightarrow \Delta t_{acc} = \frac{V}{a}$ d'où $\boxed{x_i = V\left(t_i - \frac{V}{a}\right)}$

**Q5)**

$x_1 = 1105 + 222 = 1327$ mm

$x_2 = 1105 + 385 = 1490$ mm

$x_3 = 1105$ mm

$x_4 = 1105 - 385 = 720$ mm

$x_5 = 1105 - 222 = 883$ mm

$$\Rightarrow \boxed{\sum_{i=1}^{5} x_i = 5{,}525\ m}$$

**Q6)** $\sum_{i=1}^{5} x_i = \sum_{i=1}^{5}\left(V\left(t_i - \frac{V}{a}\right)\right) = V\left(\sum_{i=1}^{5} t_i\right) - 5\frac{V}{a}$ avec $\sum_{i=1}^{5} t_i = 7{,}5\ s$,

on obtient : $\boxed{V\left(7{,}5 - \frac{5V}{a}\right) = 5{,}525}$ avec $V\,[m.s^{-1}]$, $a\,[m.s^{-2}]$

Q7) A la limite du glissement : $\boxed{\begin{array}{l} X_M = \mu \cdot Z_M \\ X_N = \mu \cdot Z_N \end{array}}$

Q8) On isole le carton C :

* Torseur dynamique : le carton est en translation, donc

$$\{\mathcal{D}_{C/0}\} = \begin{Bmatrix} m\ddot{x} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G,R}$$

* Bilan des actions mécaniques extérieures :

$$\{\mathcal{T}_{pes \to C}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{Bmatrix}_{G,R} ; \{\mathcal{T}^{M}_{V \to C}\} = \begin{Bmatrix} X_M & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_M & 0 \end{Bmatrix}_{M,R} ; \{\mathcal{T}^{N}_{V \to C}\} = \begin{Bmatrix} X_N & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_N & 0 \end{Bmatrix}_{N,R}$$

* Théorème de la Résultante dynamique :

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{x} : & X_M + X_N = m\ddot{x} \quad (1) \\ \text{sur } \vec{z} : & -mg + Z_M + Z_N = 0 \quad (2) \end{cases}$$

* Changement de point en G :

$$\overrightarrow{M}_{G,V^M \to C} = \cancel{\overrightarrow{M}_{M,V^M \to C}}^{\vec{0}} + \overrightarrow{GM} \wedge \overrightarrow{F}_{V^M \to C} = \begin{vmatrix} -0{,}1 \\ 0 \\ 0{,}07 \end{vmatrix}_R \wedge \begin{vmatrix} X_M \\ 0 \\ Z_M \end{vmatrix}_R = \begin{vmatrix} 0 \\ 0{,}1 Z_M + 0{,}07 X_M \\ 0 \end{vmatrix}_R$$

$$\overrightarrow{M}_{G,V^N \to C} = \overrightarrow{M}_{N,V^N \to C} + \overrightarrow{GN} \wedge \overrightarrow{F}_{V^N \to C} = \begin{vmatrix} 0{,}1 \\ 0 \\ 0{,}07 \end{vmatrix}_R \wedge \begin{vmatrix} X_N \\ 0 \\ Z_N \end{vmatrix}_R = \begin{vmatrix} 0 \\ -0{,}1 Z_N + 0{,}07 X_N \\ 0 \end{vmatrix}_R$$

* Théorème du moment dynamique en G :

sur $\vec{y}$ : $0{,}1\,(Z_M - Z_N) + 0{,}7\,(X_M + X_N) = 0 \quad (3)$

On remplace (1) dans (3) :

$$0{,}1\,(Z_M - Z_N) + 0{,}7\,(m\ddot{x}) = 0$$

d'où le système :

$$\begin{cases} Z_M - Z_N = -\dfrac{0{,}7}{0{,}1}\, m\ddot{x} \\ Z_M + Z_N = mg \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} Z_M = \dfrac{m}{2}\left(g - 7\ddot{x}\right) \\ Z_N = \dfrac{m}{2}\left(g + 7\ddot{x}\right) \end{cases}}$$

En réécrivant l'équation (1), on obtient :

$$\boxed{\ddot{x} = \frac{X_M + X_N}{m} = \frac{\mu}{m}\cdot\left(Z_M + Z_N\right) = \frac{\mu}{m}\,(mg) = \mu g}$$

AN :

$$\boxed{\begin{array}{ll} \ddot{x} = 4\ m\cdot s^{-2} & \\ Z_M = 28{,}8\ N & X_M = 11{,}5\ N \\ Z_N = 51{,}2\ N & X_N = 20{,}5\ N \end{array}}$$

Q9) La Charge Maximale Unitaire pour des ventouses Ø75 en caoutchouc est de 6kg = 60 N > 51,2 N

Q10) Les deux solutions sont $V_1 = 0{,}86\ m\cdot s^{-1}$ et $V_2 = 5{,}14\ m\cdot s^{-1}$ (math...)

Q11) En accélérant à $4\ m\cdot s^{-2}$, il faut $\Delta t_{acc} = \frac{V_2}{a} = 1{,}285\ s$

$\sum_{i=1}^{5} t_i = 7{,}5\ s \Leftrightarrow t_i^{moyen} = 1{,}5\ s$ or il faut au moins $2\Delta t_{acc}$ dans $t_i$ ! Impossible ici.

Donc $\boxed{V = 0{,}86\ m\cdot s^{-1}}$

Q12) * Rapport de réduction au niveau de la poulie motrice :

$$V = \frac{D}{2}\,\Omega_{poulie}$$

* au niveau du réducteur :

$$\Omega_{poulie} = r.\,\Omega_m \qquad (r < 1).$$

d'où $\Omega_{poulie} = \Omega_p = \frac{2V}{D} = 17{,}2 \text{ rad.s}^{-1}$ $\quad \Omega_m = \frac{\Omega_p}{r} = 203{,}5 \text{ rad.s}^{-1}$

* La fréquence de rotation du moteur vaut :

$$f_m = \frac{\Omega_m}{2\pi} \simeq 32{,}4 \text{ tr.s}^{-1}$$

* Il y a 6 pôles (n=3 paires de pôle) donc la fréquence d'alimentation du moteur vaut :

$$f = n \times f_m \simeq 97 \text{ Hz}$$

Q13) * Les inerties des poulies, de la courroie et du réducteur sont négligées.

* Le rotor et le frein sont en rotation, donc :

$$E_c(\text{rotor+frein}) = \frac{1}{2}\left(J_m + J_f\right)\Omega_m^2$$

* Le préhenseur et le carton sont en translation :

$$E_c(\text{préhenseur} + c) = \frac{1}{2}(M+m)V^2$$

d'où $E_c(E) = \frac{1}{2}\left(J_m + J_f\right)\Omega_m^2 + \frac{1}{2}(M+m)V^2$

Q14] $\Omega_m = \frac{2V}{rD} \Leftrightarrow V = \frac{rD\,\Omega_m}{2}$

On remplace dans la question précédente et

$$E_c(E) = \frac{1}{2}\underbrace{\boxed{\left(J_m + J_f + (M+m)\left(\frac{rD}{2}\right)^2\right)}}_{J_{eq}}\Omega_m^2$$

AN : $\boxed{J_{eq} = 282{,}3 \cdot 10^{-6}\ kg.m^2}$

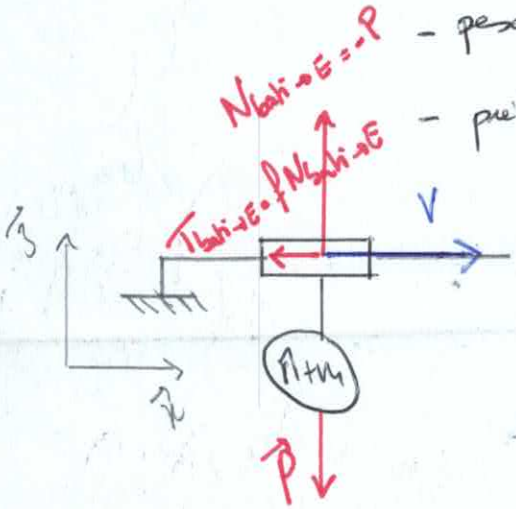
Q15] TEC : $\frac{d}{dt}E_c(E) = \mathcal{P}_{int} + \mathcal{P}_{ext}$.

* $\mathcal{P}_{int}$ : Les liaisons sont parfaites, sauf la liaison carter/préhenseur avec frottement mais en adhérence. Il n'y a donc pas de puissance dissipée.

* $\mathcal{P}_{ext}$ : - moteur : $P_m = C_m \cdot \omega_m$

- pesanteur : $P_{pes} = 0$ car la vitesse est horizontale

- préhenseur + carter/bati : avec frottement




$\mathcal{P}_{bati \to \{préhenseur + carter\}/bati} = -f \cdot (M+m) g \cdot V$

On en déduit $\frac{d}{dt}\frac{1}{2}J_{eq} \cdot \omega_m^2 = C_m \cdot \omega_m - f(M+m)gV$

$J_{eq}\omega_m \cdot \dot{\omega}_m = C_m \omega_m - f(M+m) g \frac{rD}{2}\Omega_m$

d'où $\boxed{C_{req} = -f(M+m)g\frac{rD}{2}}$

AN : $\boxed{C_{req} = 39\ mNm}$

Q16) $C_m = J_{eq} \cdot \dot{\Omega}_m + C_{req}$

$= 282{,}3 \cdot 10^{-6} \cdot \dot{\Omega}_m + 0{,}039$

* phase d'accélération : $\dot{\Omega}_m = \frac{203}{0{,}215} = 944{,}2 \text{ rad.s}^{-2}$

$C_m = 0{,}3 \text{ Nm}$

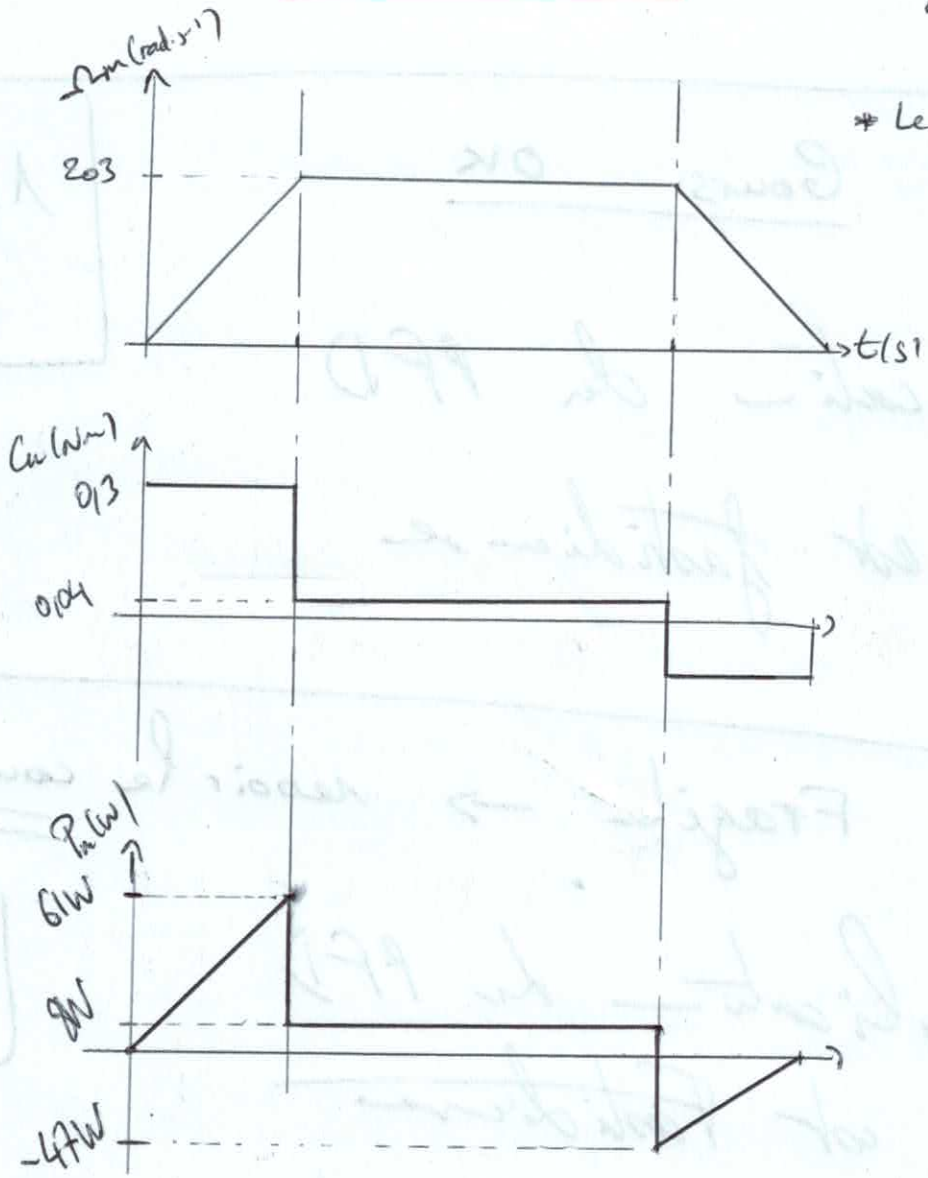
* à vitesse constante : $C_m = C_{req} = 0{,}039 \text{ Nm}$

* phase de décélération : $\dot{\Omega}_m = -944{,}2 \text{ rad.s}^{-2}$

$C_m = -0{,}23 \text{ Nm}$

Rmq : * La vitesse de rotation est validée $\approx 2000$ tr/min $< 3000$ tr/min.

* Le couple maxi est sur-dimensionné $0{,}3 \ll 7{,}6$ Nm !



Q51) * Forme de $I_{(cartons, G_{cartons})}$ :

$(\vec{x}, G, \vec{z})$ est un plan de symétrie donc $L_{xy} = L_{yz} = 0$

* Forme de $I_{(palette, G_{palette})}$ :

$(\vec{x}, G, \vec{y})$ et $(\vec{y}, G, \vec{z})$ sont des plans de symétrie

donc la matrice est diagonale.

* Forme de $I_{(porte\text{-}palette, G_{porte\text{-}palette})}$ :

$(\vec{x}, G, \vec{y})$ est un plan de symétrie donc $L_{xz} = L_{yz} = 0$

Q52) $I_{axe1}(cartons) = L_{zz} = 80,37 \ kg.m^2$

Q53) $I_{axe\,1}(palette) = L_{yy} = 3,24 \ kg.m^2$

Q54) $I_{axe\,1}(porte\text{-}palette) = L_{yy} = 12,83 \ kg.m^2$

Q55) $I_{axe\,1}(S) = \sum_i I_{ax1}(i) = 96,44 \ kg.m^2$

Q56) On se réfère à la courbe de charge de $10 kg.m^2$.
Pour tourner de 90° il faut un temps de déplacement
de $t_d = 0,9 \ m.s^{-1}$

Rmq : on ne peut pas conclure car il faut prendre en compte le temps de pause !

Q57) $t_{pause} = t_{deplacement} \times \frac{65}{35} \simeq 1,67 s$

Q58) $t_{total} = t_d + t_{pause} = 2,57 s < 4,7 s \Rightarrow$ ok

Q59) $M(S) = M(cartons) + M(palette) + M(porte\text{-}palette) =$
$= 479,3 + 15,3 + 49,9 = 544,5 \ kg$

Q60) L'effort imposé sur le plateau est de $5445 N < 25000 N$
$\Rightarrow$ ok